

# Construyendo modelos didácticos virtuales de sólidos de revolución utilizando SolRev

Zaragoza, G. N.<sup>1</sup>, López, S. R.<sup>2</sup>, Díaz, R. J.<sup>3</sup>

*Recibido: 4 de julio de 2006 - Aceptado: 25 de octubre de 2006*

## RESUMEN

En este artículo se muestran al lector los motivos por los cuales se desarrolló la herramienta de software SolRev como material de apoyo didáctico para la impartición del tema de sólidos de revolución, que forma parte del programa de la materia de Cálculo Diferencial e Integral I; asignatura que se encuentra dentro del mapa curricular del plan de estudios y que se imparte en las licenciaturas de la FIUADY. La utilización de SolRev en la construcción de un modelo didáctico para un sólido de revolución seleccionado como ejemplo se explica en este artículo a un nivel de detalle razonable. El uso de este software es mostrado mediante una serie de pasos desde que el software es iniciado hasta que los resultados del modelo didáctico son obtenidos. También son expuestos distintos aspectos del software, así como diferentes vistas generadas en dos y tres dimensiones para el modelo didáctico del sólido de revolución. Finalmente, algunas sugerencias son hechas por los autores para el uso eficiente de la herramienta por el profesor en la impartición de sus clases.

**Palabras clave:** sólidos de revolución, modelos didácticos, gráficas 3D.

## Constructing solids of revolution virtual didactic models using SolRev

## ABSTRACT

In this paper, the motivation for developing the SolRev software is exposed to the readers. This tool was intended as a didactic support in the classroom for the solids of revolution topic from the differential and integral calculus course, which belongs to the three FIUADY undergraduate programs. The use of SolRev in order to create a didactic model of a solid of revolution selected as example is showed in a reasonable level of detail. The application of this tool is illustrated through a series of steps which starts with the software initiation and ends with the obtainment of result from the didactic model. Also, different aspects from the software, as well as different views generated in two and three dimensions of the solid of revolution didactic model are presented. Finally, some suggestions are made by the authors in order to improve the use of SolRev software in the classroom.

**Keywords:** Solid of Revolution, didactic models, 3D graphs.

---

<sup>1</sup> Profesor Investigador Cuerpo Académico de Construcción de la FIUADY. E-mail: [zgrife72@uady.mx](mailto:zgrife72@uady.mx)

<sup>2</sup> Profesor de Carrera del Cuerpo Académico de Básicas de la FIUADY. E-mail: [rlopez@uady.mx](mailto:rlopez@uady.mx)

<sup>3</sup> Técnico Académico del Cuerpo Académico de Construcción de la FIUADY. E-mail: [diazram@gmail.com](mailto:diazram@gmail.com)

## INTRODUCCIÓN

Los modelos didácticos han sido un excelente medio para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. SolRev es una herramienta de software desarrollada por los autores de este artículo que fue construida con el fin de que se agilice la comprensión del tema de sólidos de revolución, parte de la cuarta unidad de la materia de Cálculo Diferencial e Integral I que se imparte en el tronco común a nivel licenciatura en la FIUADY; También la herramienta facilita la representación visual de los sólidos de revolución.

Como práctica docente en el proceso enseñanza-aprendizaje, años atrás a los alumnos que cursaban esta materia les era solicitado un trabajo extra de curso que construyeran un modelo didáctico de algún sólido de revolución específico, por ejemplo, tomado de los ejercicios de algún texto. Sin embargo, el tiempo que tomaba construirlo era significativo y solamente se lograba construir un solo modelo, por lo que se optó por poner a su disposición una herramienta que facilite su creación. Además de que no todos los alumnos mostraban capacidades para construir modelos con cartón, plastilina, acrílico o algún otro material que se pudiera utilizar para la construcción de estos modelos didácticos.

Como objetivo principal SolRev permite construir paso a paso el modelo didáctico de sólidos de revolución. Para la conceptualización del modelo, la herramienta retoma disciplinas tales como la geometría analítica, el álgebra y el cálculo. Al final del proceso de creación, permite mostrar el sólido de revolución producto de la rotación de un determinado número de funciones alrededor de un eje principal o paralelo a ellos, así como una vista esquemática en tres dimensiones de los métodos utilizados para generar los sólidos: el método de discos o arandelas y el método de capas cilíndricas (Stewart, 2001) y (Larson et al, 2006).

El nivel de detalle de los modelos se puede configurar para mejorar las vistas, siendo posible rotar y posicionar el modelo, para apreciarlo desde distintos ángulos. Se puede también configurar el estilo de la vista tridimensional como un modelo de alambre o con un tipo de sombreado que permite apreciar las tres dimensiones. Para todos los elementos del modelo didáctico se pueden escoger colores diferentes dándole impacto visual. El color del fondo de la pantalla también se puede escoger, con el propósito de que el sólido de revolución se aprecie de la mejor manera.

Cabe mencionar que herramientas comerciales de tipo SAC (Sistemas Aritméticos Computacionales) tales como MathCAD, MatLab, Mathematica, entre otros, también permiten generar sólidos de revolución (MathSoft, 2001), pero su fin no es claramente didáctico, debido a que estas herramientas se enfocan en la obtención del resultado y no del proceso de la construcción de los sólidos de revolución. Es por esto, que a juicio de los autores se consideró que era necesario contar con una herramienta que no solo obtenga el sólido de revolución, sino que paso a paso el alumno comprenda y rescate todos los conocimientos necesarios para construir el modelo.

### Modelo didáctico

El software SolRev permite construir los modelos didácticos de los sólidos de revolución mediante la especificación de cada una de sus partes. En la Figura 1 se muestra un esquema E-R (Entidad – Relación) de las partes del modelo que se tienen que especificar para construirlo. Cada una de las entidades contiene una serie de parámetros que definen las características que tendrá el sólido de revolución que se construya con la herramienta.

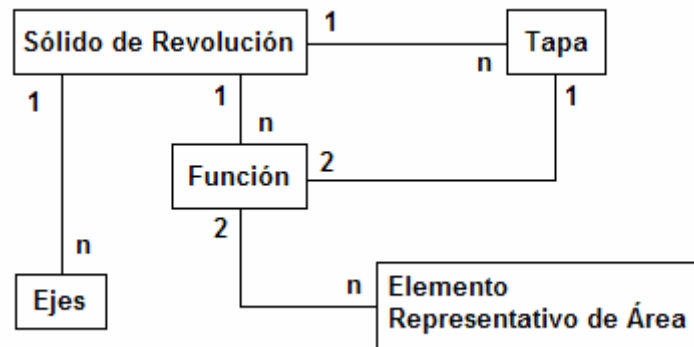


Figura 1. Diagrama E-R (Entidad – Relación) del modelo didáctico de un sólido de revolución.

Por ejemplo, de acuerdo con la Figura 1, un sólido de revolución puede tener asociados varios ejes mientras que los ejes solo pueden tener asociado un sólido de revolución. Otro ejemplo significativo es el del elemento representativo de área, el cual debe tener asociadas dos funciones mientras que cada función

puede estar asociada a cualquier número de elementos representativos.

Conceptualmente en la Figura 2 se muestra un ejemplo de un sólido de revolución (toroide) visto en tres y dos dimensiones respectivamente. Además se muestran las partes que lo conforman tal y como aparecen en la Figura 1.

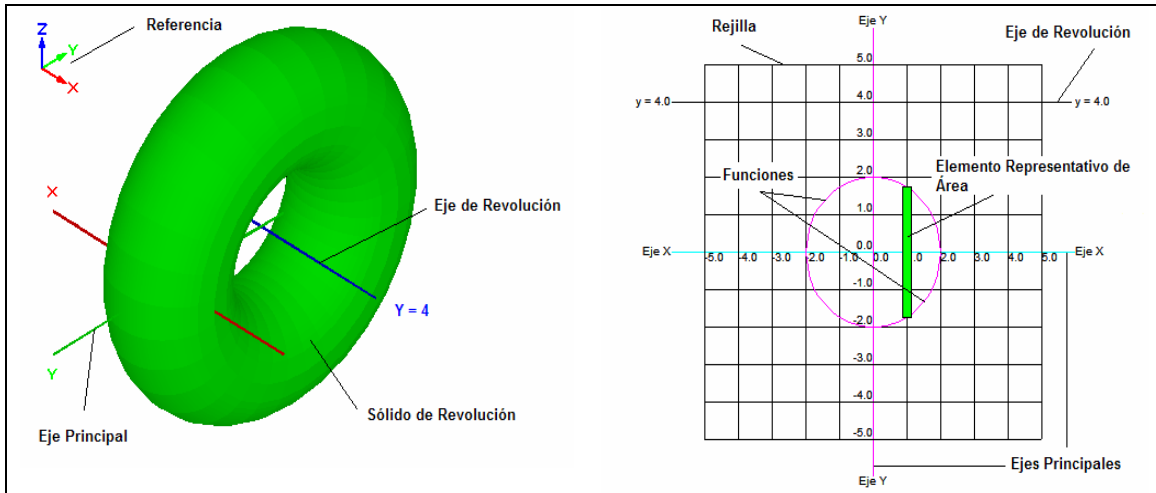


Figura 2. Vista tridimensional y bidimensional de un sólido de revolución y las partes que lo conforman.

### Requerimientos mínimos

La herramienta ha sido diseñada para ejecutarse en ambiente Windows XP© y se necesita de preferencia un procesador Pentium 4 a 1.5 Ghz o superior así como 256 Mb de memoria RAM y un espacio en disco duro de 30 Mb. Es necesario contar con tarjeta de video con procesador para gráficos en 3D con una

memoria RAM mínima de 16 Mb. y con un ratón de dos botones. En la actualidad, prácticamente cualquier computadora actual cumple con estas especificaciones, por lo que se considera una herramienta bastante accesible en términos de requerimiento de hardware y de software.

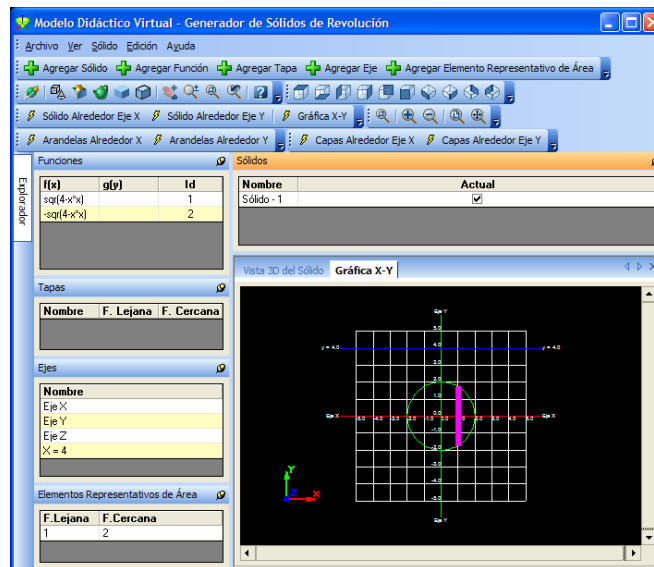


Figura 3. Pantalla principal de la interfase de usuario de SolRev.

### Interfase gráfica de usuario (GUI)

La interfase principal de SolRev se muestra en la Figura 3 la cual representa la ventana principal que se muestra una vez que el programa es iniciado desde el sistema operativo.

En esta pantalla se puede observar que existen varios elementos: en la parte superior se encuentran los menús y las barras de herramientas que permiten acceder a las funciones del software y en la parte central de la pantalla se encuentran las regiones de las vistas en dos y tres dimensiones. También se puede observar que se encuentran las listas de los sólidos de revolución, las funciones, los elementos representativos de área, los ejes y las tapas. Estas listas permiten manipular cada una de las entidades del modelo para configurar sus parámetros. Cuando se realiza algún cambio en los parámetros de las entidades, SolRev actualiza de manera automática las vistas del modelo.

### Utilizando SolRev

Para mostrar el funcionamiento del programa se ha seleccionado un ejemplo que servirá para mostrar paso a paso la construcción de un modelo didáctico de un sólido de revolución utilizando SolRev.

### Ejemplo de aplicación

Construir un sólido de revolución a partir de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} \quad y \quad g(x) = -\sqrt{4-x^2}$$

Alrededor del eje de revolución  $y = 4$

Para construir el modelo se siguen los pasos que a continuación se describen:

#### Paso 1. Agregando un nuevo sólido de revolución

Para comenzar a construir un sólido de revolución se debe agregar un nuevo sólido y especificar sus parámetros. (Zaragoza N. et al, 2005). De la interfase principal de SolRev se debe seleccionar la opción 'Agregar Sólido'. En la lista de sólidos aparecerá el nuevo sólido recién agregado. Para especificar los parámetros del sólido de revolución se debe hacer doble click con el botón izquierdo del ratón apuntando sobre la lista de sólidos en el sólido deseado. Aparecerá la ventana de propiedades del sólido tal como se muestra en la Figura 4.

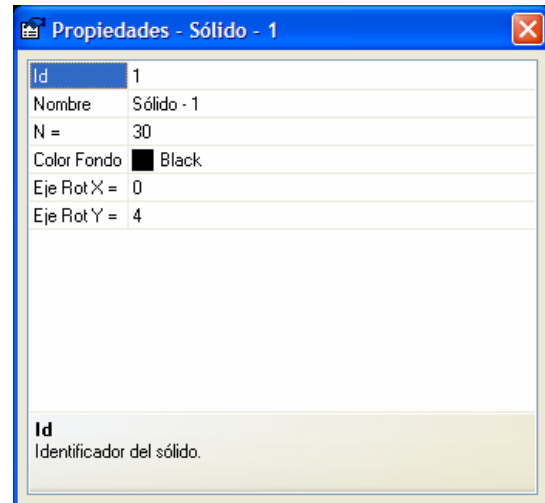


Figura 4. Propiedades del sólido de revolución.

Como se pretende hacer rotar las funciones alrededor de la recta  $y = 4$  para formar el sólido de revolución, entonces la propiedad 'Eje Rot Y =' deberá tener 4 como valor. Una vez tecleado el valor de la propiedad se debe presionar la tecla 'Retorno'.

El parámetro N se refiere al número de pasos en la rotación angular de las funciones para formar los sólidos de revolución. Entre más pasos se den más suave se apreciará la gráfica del sólido de revolución. El valor por omisión recomendado es N=30. Cabe mencionar que entre más grande sea este valor más tiempo requerirá la herramienta para dibujar el modelo. Después de configurados los parámetros de las propiedades del sólido se puede cerrar la pantalla de propiedades haciendo click en el botón de la esquina superior derecha.

#### Paso 2. Agregando funciones

Se necesita que desde la interfase principal sea seleccionada la opción 'Agregar Función' para agregar las funciones que se harán rotar alrededor del eje de revolución que servirán para formar el modelo didáctico del sólido. En la lista de funciones aparecerá la nueva función recién agregada. Para especificar los parámetros de la función se debe hacer doble click con el botón izquierdo del ratón apuntando sobre la lista de funciones en la función deseada. Inmediatamente aparecerá la ventana de propiedades de la función tal como se muestra en la Figura 5.

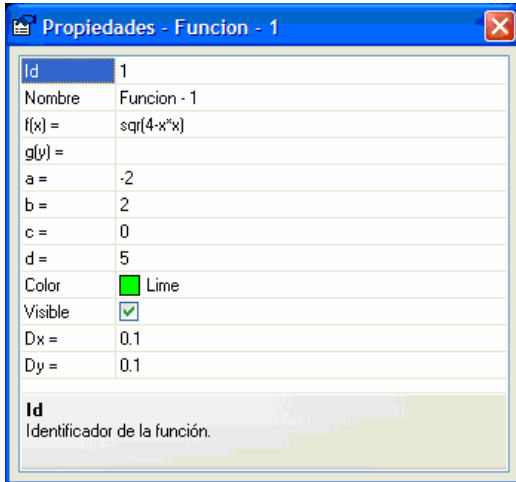


Figura 5 – Propiedades de la función

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

En la propiedad ' $f(x) =$ ' se debe teclear ' $sqr(4 - x * x)$ ' para definir la función. Las propiedades ' $a$ ' y ' $b$ ' definen el intervalo cerrado del dominio de la función que en este caso es  $[-2, 2]$ . La propiedad 'Color' define el color de la función. El parámetro ' $Dx$ ' define el tamaño de paso

para la evaluación de la función en su intervalo; en este caso se tomó ' $Dx = 0.1$ '. De manera análoga a lo expuesto se crea otra función pero ahora con ' $f(x) = -sqr(4 - x * x)$ '. Es de notar, que a la primera función automáticamente le fue asignado un número identificador 'Id' igual a 1. A la segunda función le fue asignado el número 2 para su identificación. SolRev maneja automáticamente la asignación de los identificadores.

### Paso 3. Agregando un elemento representativo de área

Para que SolRev relacione las funciones que darán forma al sólido de revolución es necesario definir un elemento representativo de área. En la Figura 6 se muestra un elemento representativo para que relacione a las dos funciones que formarán el modelo. En la Figura 7 se muestran las propiedades del elemento representativo de área que se definen tal y como se explicó en la forma de dar de alta los parámetros para las funciones en párrafos anteriores. La función lejana será la que tiene el identificador 1 y la función cercana la que tiene el número 2. Para ubicar el elemento representativo de área en la vista tridimensional se coloca el valor 1 para la propiedad 'X Rep'.

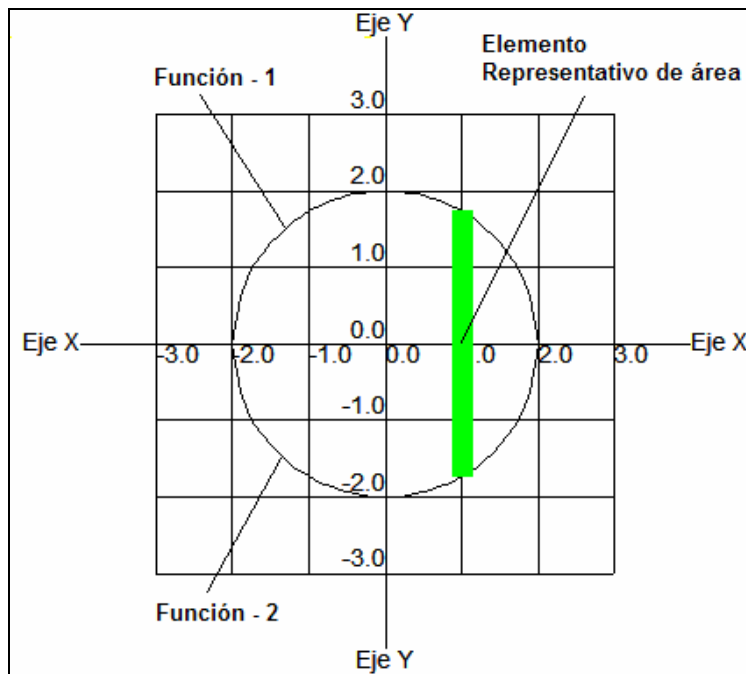


Figura 6. Elemento representativo de área para las funciones (1)  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  y (2)

$$g(x) = -\sqrt{4 - x^2} \text{ ubicado en } x = 1 \text{ de } 0.25 \text{ de espesor.}$$

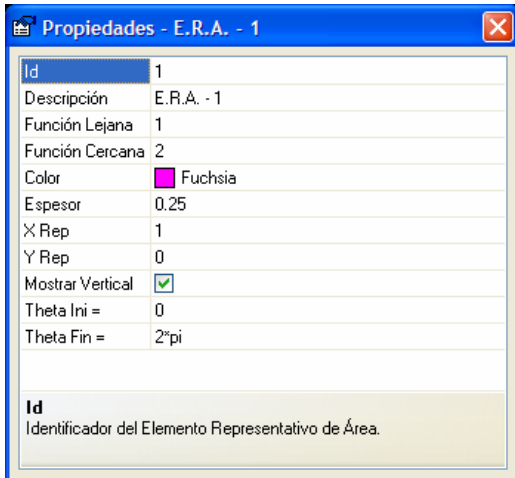


Figura 7. Propiedades del elemento representativo de área.

#### Paso 4. Agregando un eje de revolución

Al haber agregado el sólido de revolución, SolRev creó automáticamente tres ejes principales (X, Y y Z).

Para fines didácticos es necesario agregar también el eje de revolución para que se tenga una referencia en las vistas en dos y tres dimensiones respectivamente. Es posible agregar un eje a las vistas del modelo con la opción 'Agregar Eje' y se pueden modificar sus propiedades de acuerdo a lo expuesto con anterioridad para los otros elementos del modelo.

#### Paso 5. Generando las vistas del modelo didáctico

Hasta el paso anterior han sido proporcionados todos los parámetros necesarios para la construcción del modelo didáctico del sólido de revolución del ejemplo propuesto en este artículo. En este paso, para generar una vista tridimensional del modelo es necesario que la opción 'Sólido alrededor Eje X' sea seleccionada. Inmediatamente en la pantalla de la vista 3D del sólido se mostrará el modelo tridimensional del sólido de revolución. En la Figura 8 se muestra una de las vistas 3D del sólido.

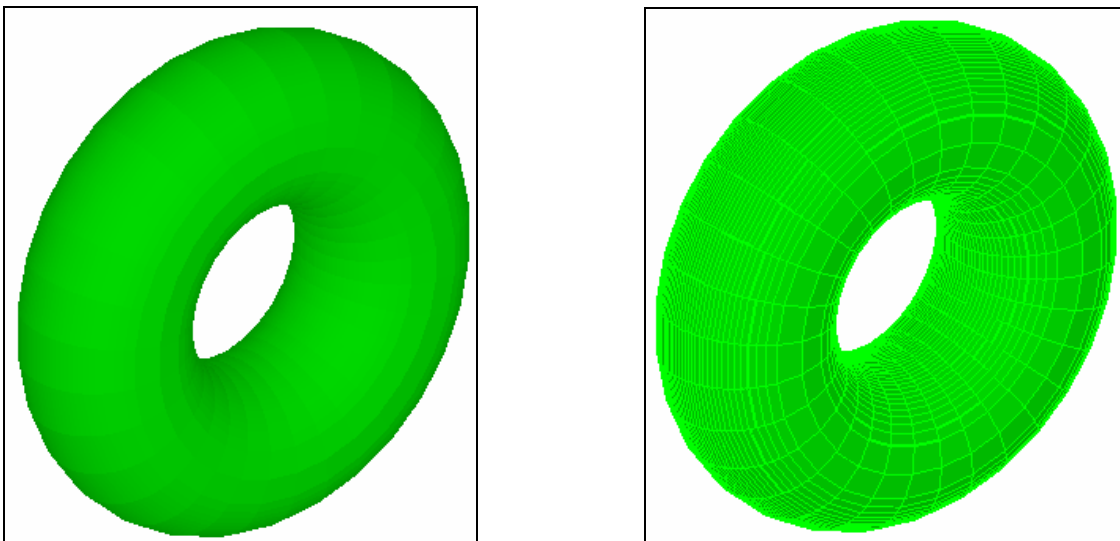


Figura 8. Vistas 3D del sólido generado. En la vista izquierda se encuentra sombreado sin aristas y en la derecha con aristas.

También SolRev permite generar una vista en 3D de las arandelas que forman al sólido de revolución. Las arandelas tendrán el espesor que se haya definido para el elemento representativo de área, en el paso 3. Para obtener una vista tridimensional de las arandelas que forman al sólido de revolución se selecciona la opción 'Arandelas Alrededor X'. Inmediatamente se

mostrará en la pantalla de vista 3D el modelo del sólido pero construido con arandelas. En la figura 9 se muestra una vista del sólido generado con las arandelas. Por conveniencia se ha cambiado el ancho del elemento representativo de área a un valor igual a '0.50'. Esto se ha hecho con la finalidad de mostrar claramente las arandelas en la vista del ejemplo.

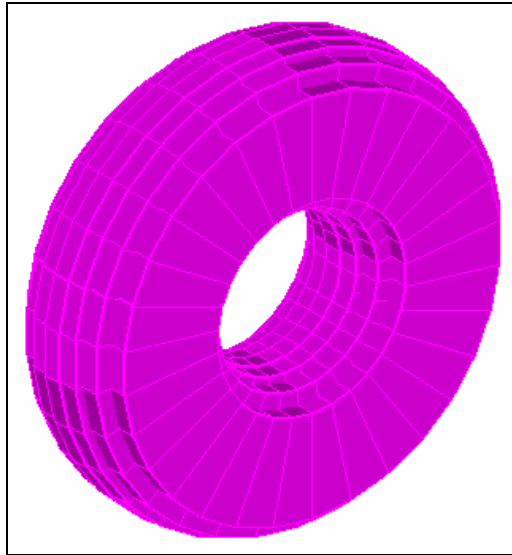


Figura 9. Vista 3D del sólido generado por el método de las arandelas.

### Conclusiones

SolRev es un software de apoyo didáctico para el profesor que imparte la materia de Cálculo Diferencial e Integral I a nivel licenciatura. Debido a que los modelos didácticos se construyen especificando parámetros y agregando elementos específicos, se puede decir que el alumno al utilizar la herramienta “construye” el conocimiento para el tema de sólidos de revolución puesto que tiene que rescatar los conocimientos previos de geometría analítica, álgebra de funciones y la teoría de sólidos de revolución de cálculo para combinarlos con ayuda de la herramienta y finalmente obtener los modelos didácticos de los sólidos de revolución deseados. También se puede decir que se trata de una herramienta a la cual el alumno puede acceder de manera sencilla para construir cualquier sólido de revolución que quiera, por lo que el programa también estimula la creatividad.

La herramienta se ha diseñado para que se puedan configurar los niveles de detalle y los colores utilizados para definir el modelo, por lo que se sugiere que el profesor haga énfasis en estos aspectos ya que le dan un valor agregado al impacto de las vistas de los modelos didácticos que se pueden construir. Otra sugerencia es que se utilice la herramienta en clase para construir modelos que tengan solución en los libros de texto, para que los alumnos comparen los resultados. Después es conveniente dejar que los alumnos diseñen con su imaginación distintos sólidos de revolución. Finalmente se espera que este trabajo motive a otros profesores a utilizar y a construir este tipo de herramientas que coadyuven a mejorar día con día la práctica docente.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Larman, C. (2003). UML y Patronos, Prentice Hall, México.  
Larson, Hostetler, Edwards (2006). Cálculo I, McGraw Hill, 8ª Edición, México.  
Stewart, J. (2001). Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas, Thomson Learning, 4ª Edición, México.  
MathSoft (2001). MathCAD 2001, USA.  
Zaragoza, N., López R., Díaz, J., (2005). Manual de utilización de SolRev, Material didáctico inédito, FIUADY.

---

Este documento se debe citar como:

Zaragoza, G. N., López, S. R., Díaz, R. J. (2006). **Construyendo modelos didácticos virtuales de sólidos de revolución utilizando SolRev**. Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY, 10-3, pp.53-59, ISSN: 1665-529X