

Pitágoras y los números perfectos

Manuel J. Cadavieco Castillo¹,

RESUMEN

Las matemáticas tienen un amplio campo de aplicaciones prácticas, pero en el caso de la teoría de números sus usos no fueron tan claros, sino hasta mediados del siglo XX. Ejemplos de ello son los cifrados de códigos usados en la segunda guerra mundial, criptografía, diseño de pantallas acústicas y en la comunicación de sondas espaciales lejanas. La intención es de situar a Pitágoras en el tiempo y en el espacio, como iniciador de la teoría de números y su repercusión actual en el desarrollo de esta ciencia.

Para comprender mejor el concepto de estos números, es necesario ubicarnos en la época de los griegos hace dos mil quinientos años y la manera lógica con que ellos estructuraron su matemática. Antes que ellos, los Babilonios y los Egipcios habían estructurado ciertos conocimientos empíricos como: unidades y reglas de medición, aritmética elemental, calendario del año, periodicidad de ciertos acontecimientos astronómicos incluyendo los eclipses. Así hay evidencias históricas de que la geometría primitiva se dio en las prácticas de agrimensura, no sólo en el río Nilo de Egipto, sino también en otras cuencas de grandes ríos como el Tigris y el Eufrates de Mesopotamia, el Indus y el Ganges de la India, y el Hwang Ho y el Yangtze en China. Donde se conocen sus obras de ingeniería en el drenaje de terrenos fangosos, irrigación, control de inundaciones y la construcción de grandes edificios y estructuras. Pero los primeros que sometieron estos conocimientos al análisis racional y trataron de establecer las relaciones causales que los enlazaban, y los que crearon ciencia, fueron los Griegos, en concreto los filósofos de Jonia.

La primera escuela de pensamiento que rompió en Europa definitivamente con las tradiciones mitológicas, fue la de los filósofos naturalistas de Jonia en el Asia Menor. El más antiguo que conocemos de ellos es Tales de Mileto - 580 a. De C.-, creó la filosofía de los elementos básicos: aire, tierra y agua, que circulan cíclicamente a través de los cuerpos de plantas y animales, repitiéndose indefinidamente. Inventó la ciencia de la geometría deductiva, estableciendo las líneas básicas que más tarde desarrollaron otros. Predijo un eclipse y

sostuvo que la tierra era un disco plano flotando en el agua.

Le siguió Anaximandro (610 - 545 a. De C.), que parece fue el primer griego que trazó un mapa del mundo desconocido. También fue el primero que observó que los cielos giran en torno a la estrella polar y que sacó en conclusión de que la bóveda visible del firmamento forma media esfera completa, cuyo centro está ocupado por la tierra.

Anaximenes (526 a. De C.), sostuvo que la primera materia o elemento del mundo fue el aire, el cual se convierte en fuego al enrarecer, y al condensarse se hace primero agua y después tierra. La tierra y los planetas flotan en el aire; el brillo de la luna se origina por reflexión de la luz solar.

En contraste con la tendencia racionalista de los filósofos jónicos, Pitágoras y sus seguidores adoptaron una actitud mental mística derivada directamente del orfismo (dogmas de los misterios y principios filosóficos atribuidos a Orfeo), marcada además por una decidida inclinación a la observación y la experimentación. Al decir de Heráclito: "Pitágoras de Samos fue el hombre que más practicó la investigación y la observación."

Pitágoras y sus discípulos renunciaron a la idea de un único elemento. Sostuvieron que la materia se componía de tierra, agua, aire y fuego. Suponían que estos elementos procedían de la combinación binaria de cuatro cualidades subyacentes: calor y frío, humedad y sequedad; así, el agua por ejemplo, era húmeda y fría, mientras que el fuego era caliente y seco. Ampliaron la geometría deductiva científica y estructuraron en orden lógico

¹ Profesor de Carrera de la Facultad de Ingeniería, UADY.

algo así como lo correspondiente a los dos primeros libros de Euclides.

En cosmogonía, los pitagóricos se dieron cuenta de que la tierra es esférica y que giraba alrededor de un punto en el espacio, contrarrestada por la contra tierra; algo así como lo haría una piedra sostenida en el extremo de una cuerda giratoria. En ese punto fijo ardía un fuego central, que era el altar del universo, y que el hombre nunca alcanzaba a ver. La esencia de la filosofía pitagórica, incluida su teoría de que la última realidad consta de números y de sus relaciones, la comprenderemos mejor si partimos primero por entender que es *ciencia*.

La palabra latina *Scientia* -de *scire*, saber, conocer- significa en su sentido más amplio toda clase de conocimiento. Pero generalmente suele restringirse al conocimiento de las ciencias naturales, si bien el término equivalente alemán que más se le acerca, *Wissenschaft*, comprende todo género de estudios sistemáticos, no sólo de las materias que nosotros catalogamos como ciencias, sino también de otras como la historia, la filología y la filosofía. Así, pues, nosotros podemos definir la ciencia "como el conocimiento organizado de los fenómenos naturales y el estudio racional de las relaciones existentes entre los conceptos con los que expresamos esos fenómenos".

Pitágoras desarrolló la idea de la lógica numérica y fue el responsable de la primera edad de oro de las matemáticas. Estudió las propiedades de cada número, las relaciones entre ellos y las figuras que forman. Se dio cuenta de que los números existen con independencia del mundo perceptible y, por tanto, su estudio no está corrompido por la imprecisión de los sentidos.

Pitágoras se instaló en Crotona, al sur de Italia, bajo la tutela de Milón, el hombre más rico del lugar y uno de los más forzudos de la historia. Tenía proporciones hercúleas y poseía la proeza de ser campeón olímpico y pítico en doce ocasiones. Resultando que el cuerpo más poderoso y la mente más original se habían asociado.

Pitágoras fundó la Hermandad Pitagórica, un grupo de seiscientos discípulos capaces no sólo de entender las enseñanzas del maestro, sino de acrecentarlas con ideas e instrumentos nuevos. La estudiante preferida de Pitágoras era la bella Teano, hija de Milón, y con el tiempo, su esposa. Teano es la primera matemática mujer, que registra la historia.

Pitágoras acuñó el término *filósofo*, y con él fijó los objetivos de su escuela. Para Pitágoras este era el ser humano que se dedica a descubrir el significado y la finalidad de la vida en sí misma. Es el que ambiciona a develar los secretos de la naturaleza.

La hermandad era, de hecho, una comunidad religiosa y uno de los ídolos que veneraban era el Número. De entre la infinidad de números, la hermandad se fijó en los que poseen un significado especial, y uno de los más especiales son los llamados *números perfectos*.

Según Pitágoras, esto se daba, cuando la suma de los divisores de un número dan exactamente el mismo número. Así tenemos:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

El tercer número perfecto es el 496, el cuarto el 8 128, el quinto es el 33 550 336 y el sexto el 8 589 869 056. Además del valor de las sumas de sus divisores, Pitágoras encontró otras propiedades elegantes en todos los números perfectos. Los números perfectos siempre son resultado de la suma de una serie consecutiva de números cardinales. Así tenemos:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

$$496 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + 30 + 31$$

$$8\ 128 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 9 + \dots + 126 + 127$$

Pitágoras estableció, que cuando la suma de los divisores de un número supera su valor, se llaman números *abundantes*. Así el 12 es un número abundante porque sus divisores suman 16. Por otra parte, cuando la suma de los divisores de un número es menor que el mismo se le denomina *deficiente*.

Según Pitágoras la perfección iba muy vinculada a la *binariedad*, Es decir, las potencias de dos sólo fallan en que la suma de sus divisores siempre resulta menor que ellas en una unidad. Esto los convierte en ligeramente deficientes:

$$2^2 = 4, \text{ Divisores } 1, 2; \text{ Suma} = 3$$

$$2^3 = 8, \text{ Divisores } 1, 2, 4; \text{ Suma} = 7$$

$$2^4 = 16, \text{ Divisores } 1, 2, 4, 8; \text{ Suma} = 15$$

$$2^5 = 32, \text{ Divisores } 1, 2, 4, 8, 16; \text{ Suma} = 31$$

Doscientos años después, Euclides descubrió que los números perfectos son siempre múltiplos de dos números, uno de los cuales es potencia de dos y el otro es la siguiente potencia de 2 menos uno. Así:

$$6 = 2^1 \times (2^2 - 1)$$

$$28 = 2^2 \times (2^3 - 1)$$

$$496 = 2^4 \times (2^5 - 1)$$

$$8128 = 2^6 \times (2^7 - 1)$$

Actualmente con ordenadores se han encontrado otros números que obedecen el principio de Euclides, como el número $2^{216090} \times (2^{216091} - 1)$ que tiene más de 130 000 dígitos.

Los griegos no fueron capaces de encontrar números cuyos divisores sumaran un número más que ellos mismos. Aunque no pudieron hallar números ligeramente abundantes, tampoco consiguieron demostrar que no existen. Dos mil quinientos años después los matemáticos aún no han sido capaces de

probar que no existen números ligeramente abundantes.

Pitágoras descubrió por primera vez la base matemática que rige un fenómeno físico y demostró que se da una relación fundamental entre las matemáticas y la ciencia. Desde entonces, los científicos han buscado los principios matemáticos que, al parecer, gobiernan cada proceso físico elemental y han averiguado que los números afloran en todo tipo de fenómenos naturales. Por ejemplo, un número particular parece presidir las longitudes de los ríos con meandros. El geólogo de la Universidad de Cambridge, Hans-Henrik Stolum, ha calculado la relación entre la longitud real de los ríos, desde el nacimiento hasta la desembocadura y su longitud medida en línea recta. La relación es aproximadamente de 3.14, una cifra muy cercana al valor del número π .

Para terminar diremos que "la búsqueda de una prueba matemática es la búsqueda de una verdad más absoluta que el conocimiento acumulado por cualquier otra disciplina". El ansia de una verdad esencial a través del método de la demostración es lo que ha guiado a los matemáticos durante los últimos dos mil quinientos años.

BIBLIOGRAFÍA

1. Singh, Simon, 1999. El Enigma De Fermat. Ed. Planeta. Impreso en México.
2. Dampier, William Cecil, 1972. Historia de la Ciencia. Ed. TECNOS. Impreso en España.
3. Eves, Howard, 1969. Estudio de las Geometrías. Ed. UTEHA. Impreso en México.