

# ANÁLISIS DE LA REACCIÓN DE COMBUSTIÓN DEL PAPEL A PARTIR DE FUNCIONES DERIVADAS: APRENDIZAJE EXPERIMENTAL

Miriam Guadalupe Matos Salazar; Elizabeth Vázquez Borges\*; Liliana San Pedro Cedillo

*Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, Industrias No Contaminantes S/N, Sin Nombre de Col 27. Mérida, Yucatán, 97310.*

*Fecha de recepción: 27 de septiembre de 2021 - Fecha de aceptación: 9 de septiembre de 2022*

## Resumen

El cálculo tiene aplicaciones en temas de química, ya que puede ser empleado para determinar cantidades de compuestos, entre otras cosas. De igual manera para reacciones químicas, ver más allá de la ecuación química presente, contemplando el cambio de la materia, la duración de éste y otras características. En este trabajo se ejemplifica la relación entre la estequiometría y el cálculo a través de la cuantificación teórica de las sustancias que intervienen en las reacciones químicas (expresadas mediante ecuaciones), específicamente en la combustión de la celulosa presente en una hoja de papel. Se emplearon los conceptos de la derivada, razón de cambio en la velocidad y aceleración, máximos y mínimos, para el análisis de la reacción obteniéndose valores teóricos de las cantidades buscadas.

**Palabras claves:** aprendizaje experimental, estequiometría y cálculo; reacciones químicas

## ANALYSIS OF THE PAPER COMBUSTION REACTION FROM DERIVATIVES FUNCTIONS: EXPERIMENTAL LEARNING

### Abstract

The calculus has applications in chemistry, since it can be used to determine quantities of compounds, among other things. Similarly, for chemical reactions, see beyond the present chemical equation, contemplating the change of matter, its duration and other characteristics. In this work, the relationship between stoichiometry and calculus is exemplified through the theoretical quantification of the substances involved in chemical reactions (expressed through equations), specifically in the combustion of cellulose present in a sheet of paper. The concepts of the derivative, rate of change in speed and acceleration, maximum and minimum, were used for the analysis of the reaction, obtaining theoretical values of the quantities sought.

---

\* [vborges@correo.uady.mx](mailto:vborges@correo.uady.mx)

**Keywords:** *experimental learning, stoichiometry and calculus; chemical reactions*

## Introducción

El proceso enseñanza-aprendizaje de las ciencias involucra la implementación de diversas estrategias adaptadas a las características de los estudiantes y del contexto en el que se desarrollan. Entender la correlación entre diversos temas que se estudian en las asignaturas es un reto para el estudiante, pero le permite al profesor innovar en sus estrategias de enseñanza, por ejemplo, a través del aprendizaje experimental. Vosniadou et al. (2001), confirmó en su investigación la hipótesis de que un ambiente de aprendizaje experimental mejora el resultado cognitivo de los estudiantes. En ese sentido, el presente trabajo documenta un ejemplo de una actividad basada en el aprendizaje experimental, donde se demuestra la relación entre la estequiometría (tema de la asignatura Química) y el Cálculo, a través de la cuantificación teórica de las sustancias que intervienen en las reacciones químicas (expresadas mediante ecuaciones), específicamente en la combustión de la celulosa presente en una hoja de papel, para lo cual se emplearon los conceptos de la derivada, razón de cambio en la velocidad y aceleración, máximos y mínimos, para el análisis de la reacción obteniéndose valores teóricos de las cantidades buscadas.

### *La estequiometría*

Según Petricci et al. (2011), la estequiometría se refiere a literalmente la medición de elementos, además de ello, mencionan que su significado práctico “incluye todas las relaciones cuantitativas en las que intervienen las masas moleculares y atómicas, las fórmulas químicas y la ecuación química” (p. 116); por lo tanto, puede abarcar las relaciones cuantitativas entre elementos que forman compuestos (estequiometría de

composición) y entre sustancias que experimentan cambios químicos (estequiometría de reacciones) (Whitten, Davis, Peck & Stanley, 2015, p.44).

Sobre la parte práctica mencionada de la estequiometría, hay ciertos conceptos que se deben tomar en cuenta. Cada uno de estos conceptos, Hein, Arena & Willard (2016) los definen como: a) masa molar, la cual es la suma de las masas atómicas de todos los átomos en un elemento o compuesto, este término también aplica para la masa de un mol de cualquier fórmula unidad-átomos, moléculas o iones; b) mol, que se refiere al número de Avogadro ( $6.022 \times 10^{23}$  entidades), es decir la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales (p.125).

Al tener conocimiento de esto, es posible hablar de reacciones y ecuaciones químicas ¿Cuál es la diferencia entre estos dos conceptos? La reacción química hace referencia al proceso en el que una o más sustancias cambian para la formación de unas nuevas; en cuanto a las ecuaciones químicas, estas son básicamente la forma de expresar el proceso. Las ecuaciones utilizan símbolos para mostrar qué sucede durante dichas reacciones químicas (Chang & Goldsby, 2013, p. 90).

Dentro de la estequiometría uno de los procedimientos importantes es el balanceo de ecuaciones. Este concepto tiene bases asentadas en la Ley de la Conservación de la Materia, ya que, en una ecuación química, no hay un cambio detectable en la cantidad de la materia durante esta, y como se sabe, la materia no se crea ni se destruye; por lo tanto, en una ecuación química siempre debe de haber el mismo número de cada tipo de átomos en los dos lados de la ecuación (Whitten, Davis, Peck & Stanley, 2015, p. 83).

### *Cálculo*

Larson & Edwards (2018) definen el cálculo como “la matemática de los cambios (velocidades y aceleraciones). También son objeto de cálculo rectas tangentes, pendientes, áreas, volúmenes, longitudes de arco, centroide, curvaturas y una gran variedad de conceptos que han permitido a los científicos, ingenieros y economistas elaborar modelos para situaciones de la vida real” (p. 60).

Otra definición importante es el concepto de razón de cambio, el cual hace referencia a la medida con la cual una variable cambia con respecto a otra, utilizado en razones de crecimiento de población, producción, razones de flujo de un líquido, velocidad y aceleración. Al igual se puede emplear para determinar la función posición de

un objeto (Larson & Edwards, 2018, p. 142), como se visualiza en la Ecuación 1, donde:

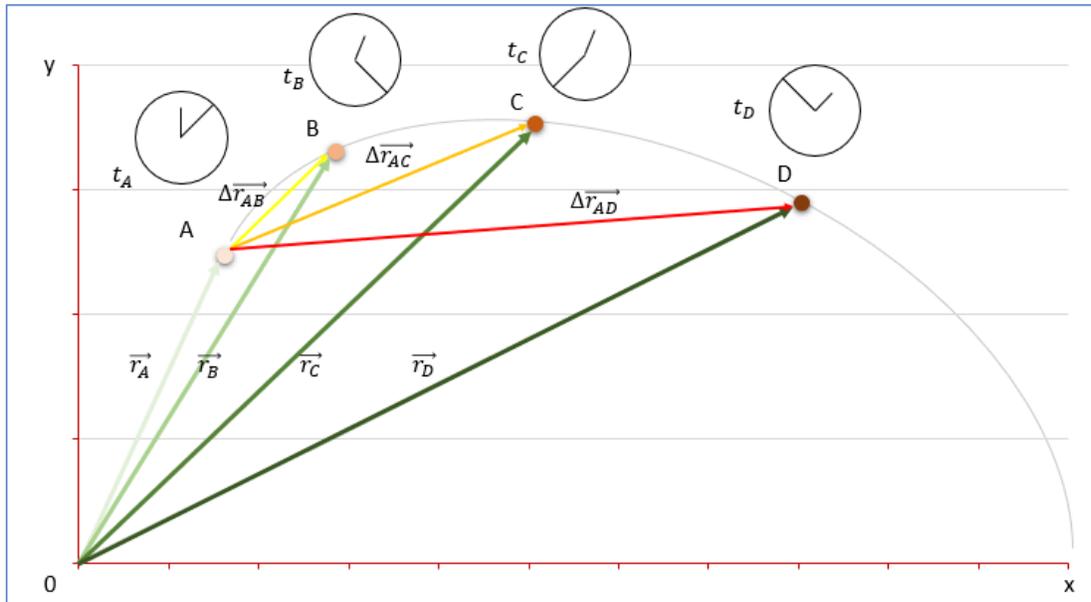
$$\Delta s = s(t + \Delta t) - s(t) \quad (1)$$

Se puede determinar la razón de cambio de velocidad promedio  $t$  con la Ecuación 2 (Larson & Edwards, 2018, p. 87).

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

Adicional a esta velocidad mencionada en un intervalo de tiempo, existe la velocidad instantánea (Figura 1), la cual se refiere a la velocidad de un cuerpo en un instante específico y esta se define como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero (Fisicalab, s.f.).

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3)$$



**Figura 1.** Representación de la velocidad instantánea

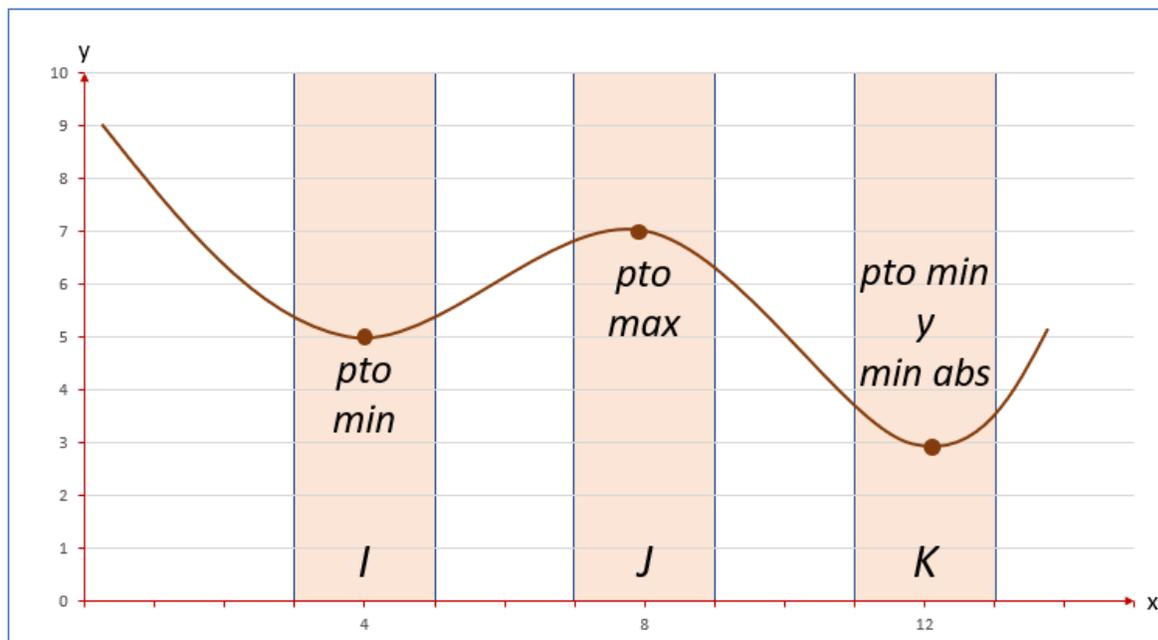
Nota. Adaptado de *Velocidad Instantánea*, por L.J. Fernández, s.f., Fisicalab (<https://www.fisicalab.com/apartado/velocidad-instantanea>)

Por lo tanto, dicha velocidad equivale a la derivada del vector posición con respecto al tiempo, y además, si esta se vuelve a derivar, se obtiene la aceleración.

Otra de las aplicaciones del cálculo diferencial es en problemas referentes a optimización, en los que se busca la mejor forma de hacer algo, ya sea minimizar los

costos en fabricación o encontrar la aceleración máxima de algún objeto en movimiento y entre muchos más ejemplos. Es aquí cuando se hace uso de los máximos y mínimos, que en una gráfica son los puntos máximos o mínimos que

se alcanzan (como se muestra en la Figura 2), los cuales pueden ser absolutos (es decir, no hay ningún punto más alto o bajo dentro de la gráfica) o relativos (Stewart, 2016, pp. 276-279).



**Figura 2** Puntos de máximos y mínimos presentes en una gráfica

Nota. Adaptado de *Calculus Early Transcendentals* (p.276), por J. Stewart, 2016, Cengage.

Para conocer estos valores (máximos y mínimos), primero se debe derivar la función planteada, después igualar a cero y finalmente obtener los valores de  $x$ . Dependiendo del grado de la función derivada, es el número de máximos y mínimos existentes.

Así como las reacciones químicas involucran la estequiometría, estas igual pueden relacionarse con un proceso de razón de cambio; en la combustión, la transformación de la materia, provocado por el desprendimiento de energía y obedeciendo la ley de la conservación de la materia, que puede ser expresado con ecuaciones de temas de cálculo.

Tomando en cuenta lo anterior, se conoce que, en la combustión, la celulosa con el oxígeno reacciona para transformarse en

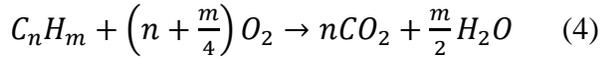
dióxido de carbono y agua, por lo que se realizó la experimentación de la combustión de una hoja de papel con el objetivo de emplear la razón de cambio para estimar el tiempo un aproximado en el que ocurre este proceso, con qué velocidad y en qué instante de la combustión se presencié un valor máximo de aceleración.

## Metodología

### Planteamiento de la reacción

Para observar la relación entre la estequiometría y el cálculo, se debe definir una reacción química en específico. En este caso se seleccionó la reacción de combustión del papel. Respecto al procedimiento estequiométrico se deben definir los compuestos de la reacción (reactivos y

productos). La reacción de combustión se presenta en la Ecuación 4.

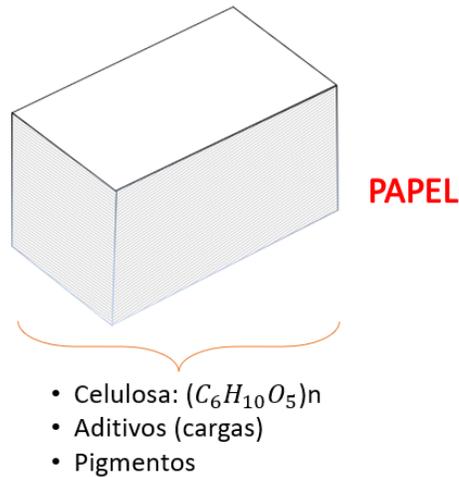


$n =$  subíndice del C,  $m =$  subíndice del H

Los valores de los subíndices n y m dependerán de cuál será el comburente.

El papel no tiene una composición específica de ciertos elementos, como se muestra en la Figura 3; Sahin & Mustafa

(2018) mencionan que, en la producción de papel, este contiene entre un 90-99% de fibras de celulosa, considerándose así el elemento estructural primario y el más importante, de esta manera, centrándose en el mayor porcentaje del papel, es posible plantear la fórmula molecular de la celulosa, la cual es  $C_6H_{10}O_5$  siendo este el comburente, por lo tanto, la ecuación sería la siguiente:



**Figura 3** Composición del papel

Posteriormente, se debe balancear la ecuación, de tal manera que quedaría como la Ecuación 6. Asimismo, en la Tabla 1 se

presenta el número correspondiente al balanceo de la ecuación.



**Tabla 1.** Balanceo de la ecuación

Elemento	H	C	O
L. izquierdo	10	6	17
L. derecho	10	6	17

### Combustión del papel

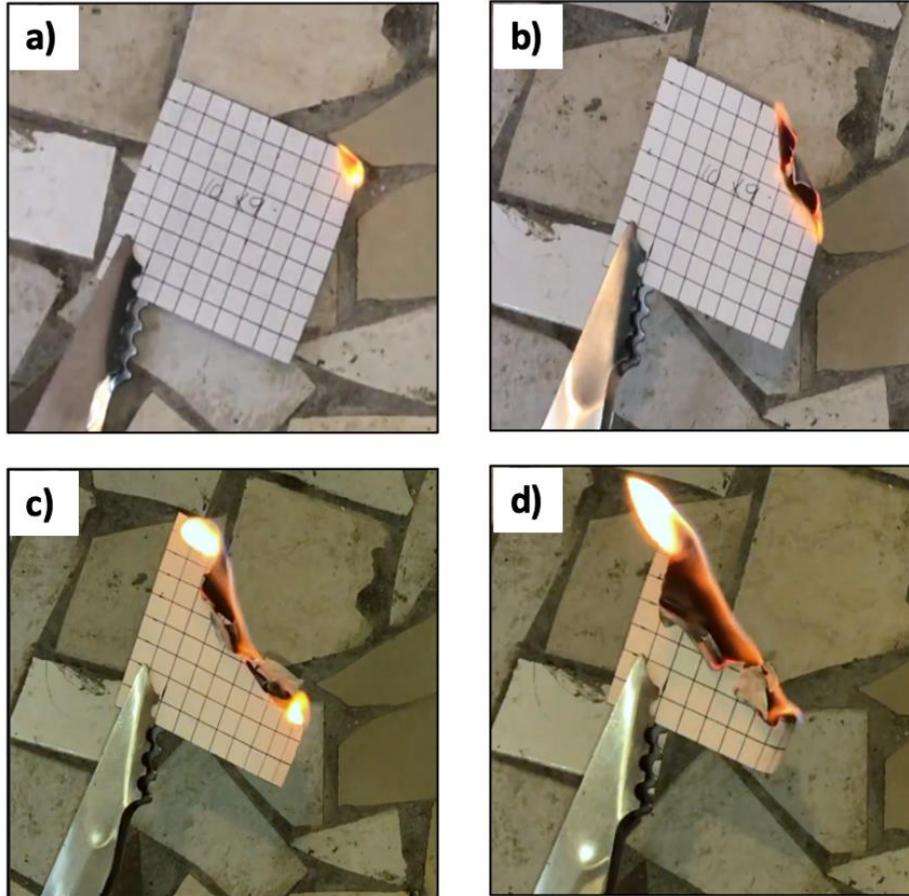
Se utilizó una hoja de papel bond de 56 g/cm<sup>2</sup>, con un área superficial de 90 cm<sup>2</sup> (10x9

cm). En un espacio limitado de corrientes de aire y con ayuda de unas pinzas, se encendió el papel con un cerillo. Para poder analizar la reacción a cada momento se montó una cámara para videogravar, con los datos recabados se pudo estimar cuánto papel fue consumido por segundo. La grabación del video fue acompañada con un cronómetro para obtener resultados más precisos. Los datos se

analizaron con el programa Microsoft Excel (2010) y se calculó la velocidad promedio, la velocidad instantánea y el cambio de velocidad.

### Resultados y discusión

En la Figura 4 se muestra el avance de la reacción a través del tiempo.



**Figura 4** Avances de la reacción a los a) 2.5 s, b) 9 s, c) 18 s y d) 22.6 s.

El punto de inicio de la combustión fue tomado como el segundo 0. Cabe destacar que el papel no fue consumido en su totalidad, ya que un segmento de éste se cubrió con la pinza, por lo que el total de papel quemado fue de 87

$\text{cm}^2$  en un lapso de 33 segundos. Los datos contabilizados se muestran en la Tabla 2, tomando como  $t$ = tiempo y  $A(t)$ = el área en  $\text{cm}^2$  consumida de la hoja de papel.

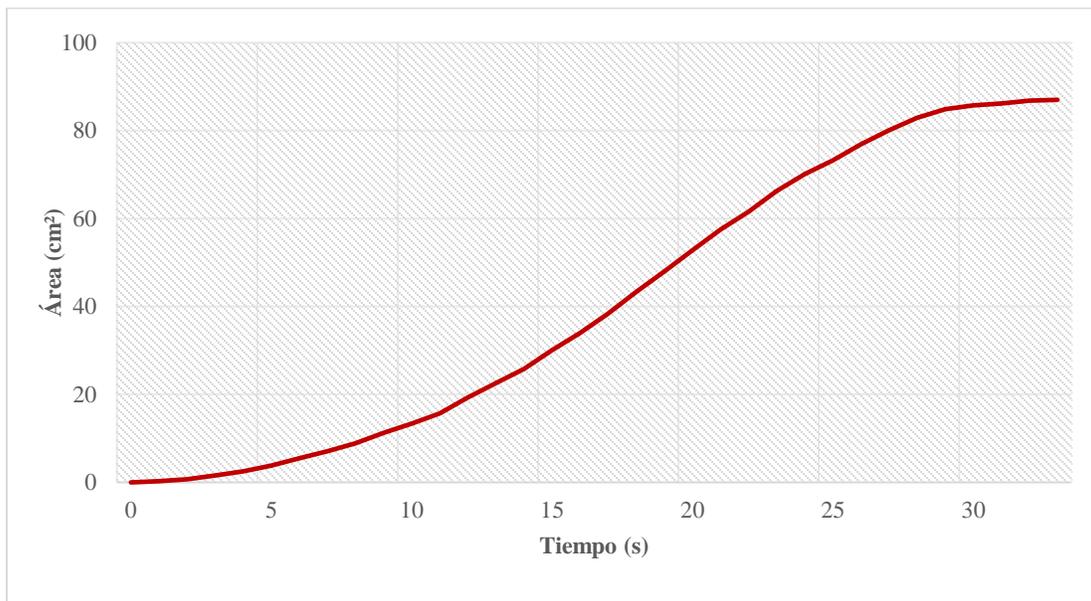
**Tabla 2.** Datos de la combustión del área del papel con respecto al tiempo

t (s)	Área ( $\text{cm}^2$ )	t (s)	Área ( $\text{cm}^2$ )	t (s)	Área ( $\text{cm}^2$ )
1	0.3	11	15.7	22	61.6
2	0.75	12	19.3	23	66.25

3	1.6	13	22.6	24	70.1
4	2.5	14	25.8	25	73.2
5	3.8	15	30.1	26	76.9
6	5.5	16	34	27	80.1
7	7.1	17	38.4	28	82.9
8	8.9	18	43.3	29	84.9
9	11.3	19	48	30	85.75
10	13.4	20	52.8	31	86.2

La Tabla 2 refleja el área acumulada consumida por segundo, esto por lo tanto implica una razón de cambio, donde por cada

valor diferente de  $t$ , existe un valor distinto en  $A(t)$ , al graficarlo se obtiene la Figura 5:



**Figura 5** Curva de avance de la reacción de combustión del papel

En la obtención y análisis de los datos están presentes dos conceptos del cálculo, el primero es el cambio de razón al tener diferentes valores de  $A(t)$  dependiendo de  $t$ , y el segundo es la velocidad; a partir de estos datos se pudo determinar la razón media de cambio de área consumida en ciertos intervalos, con la Ecuación 2, mencionada anteriormente. Se aplica en los intervalos de tiempo [1, 3] [1, 9] y [1, 20]

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.6 - 0.3}{3 - 1} = 0.65$$

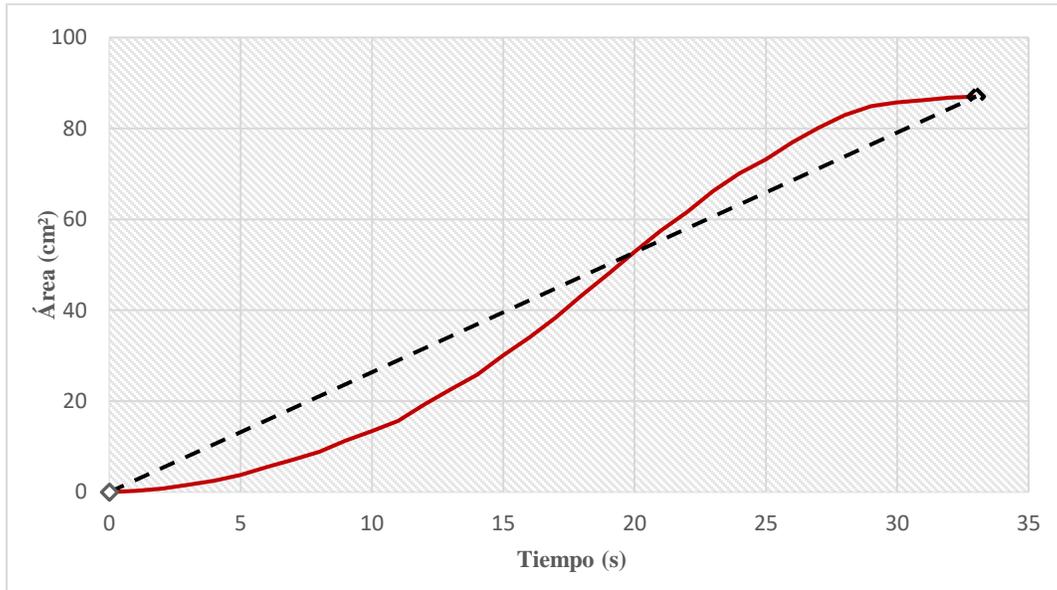
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{11.3 - 0.3}{9 - 1} = 1.375$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{53.1 - 0.3}{20 - 1} = 2.7632$$

En la Figura 6, el eje  $x$  corresponde a la variable independiente  $t$  y el eje  $y$  a la variable dependiente  $A(t)$ . Es posible apreciar que, durante el proceso de combustión, se genera

una línea relativamente irregular y curva. En este punto, se puede aplicar el cálculo para

determinar la velocidad promedio y de igual manera la pendiente de ésta.



**Figura 6** Gráfica de la recta de tendencia de combustión de papel

A continuación, es posible calcular una razón de cambio más precisa, a partir de las diferencias de tiempo y área de un punto a su punto anterior, de esta manera se obtiene la recta punteada (Figura 6), la cual corresponde a la Ecuación 7

$$y = 2.6363x \quad (7)$$

Usando los conceptos básicos, se puede determinar la pendiente de la recta mediante la fórmula de la pendiente con los puntos de inicio a fin, como se muestra en la Ecuación 8.

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{87 - 0}{33 - 0} = 2.6363 \quad (8)$$

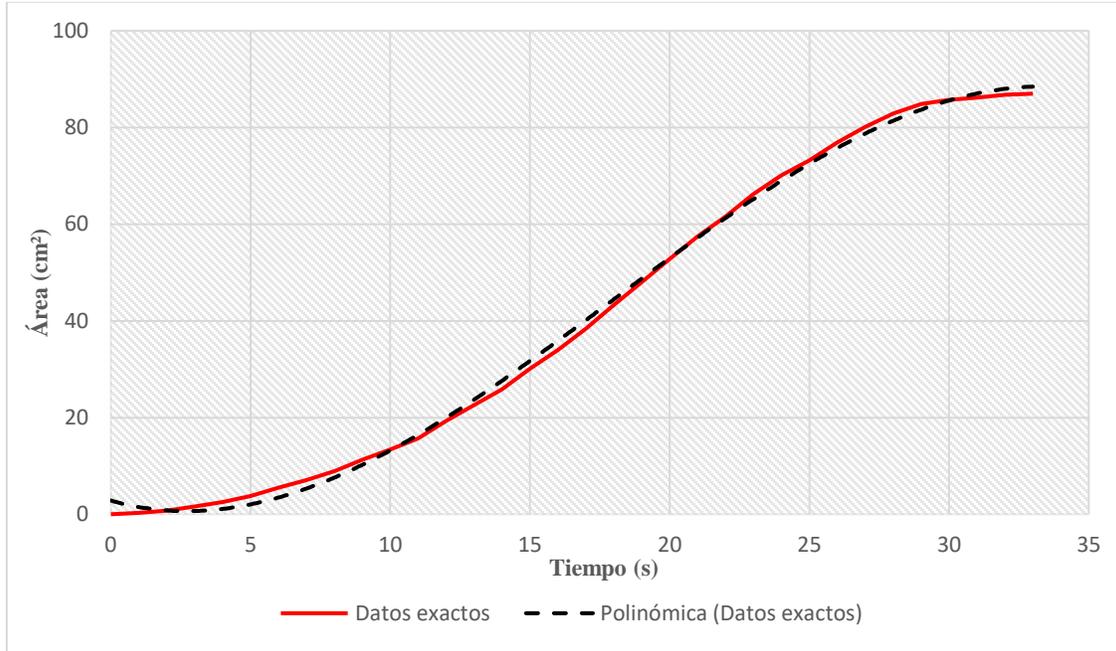
Pero, una forma mucho más rápida sería mediante la derivada de la Ecuación 7

$$m = y' = 2.6363$$

Lo cual, a su vez sería la velocidad promedio en la que se efectúa la combustión de

la celulosa. Así que, la combustión de la hoja de papel de  $87 \text{ cm}^2$  se llevó a cabo con una velocidad de  $2.6363 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

Por otro lado, este no es el único concepto que se puede determinar. Como se pudo observar en la Figura 6 correspondiente a la velocidad promedio, este valor no es igual en todo el intervalo de tiempo, teniendo momentos en los que puede ser mayor o menor. Para ello, sería adecuado obtener el valor de la velocidad instantánea, la cual estaría dada por una ecuación que se ajustará a la forma que tiene la gráfica de datos obtenidos. Con los conocimientos previos, se puede determinar que la ecuación que ajustaría a la gráfica de tiempo contra área corresponde a una polinómica de tercer grado, como se observa en la Figura 7. Para obtenerla se aplicó el método numérico de mínimos cuadrados.



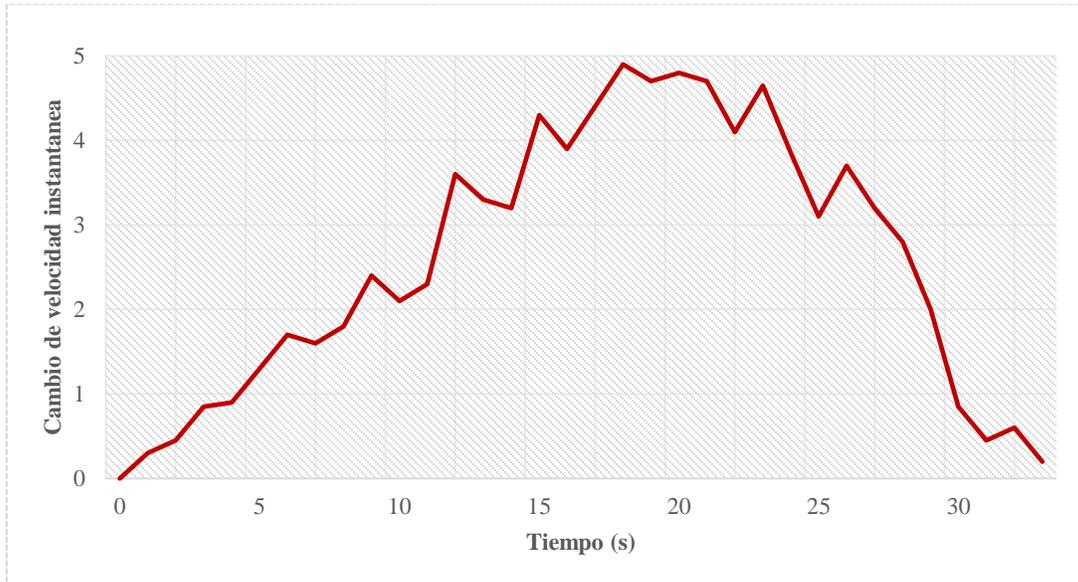
**Figura 7** Ajuste de función de velocidad instantánea

De esta manera, se obtuvo que la velocidad en cada instante está dada por la función de la Ecuación 9.

$$v(t) = -0.00612t^3 + 0.33077t^2 - 1.66076t + 2.8411 \quad (9)$$

En la cual, al sustituir el valor de  $t$  en cualquier momento de la combustión, se obtuvieron los centímetros cuadrados de celulosa consumidos.

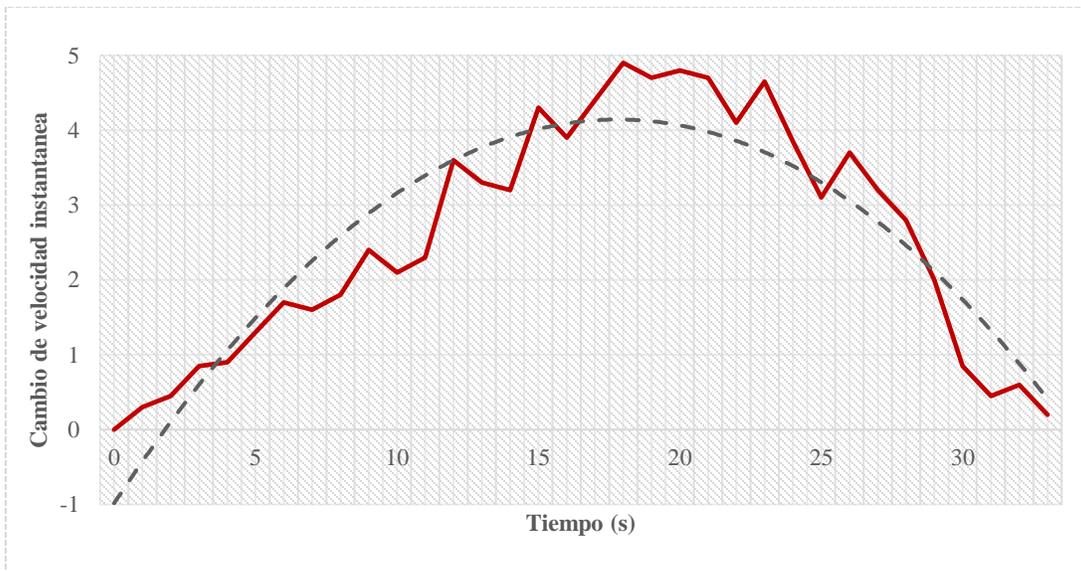
La aceleración de la reacción de combustión también puede ser analizada. Como se observó en la Figura 4, al inicio la hoja fue quemándose poco a poco mientras se iba esparciendo la llama, la cual a cada segundo consumía más área de la hoja, hasta llegar un punto en el que se fue convirtiendo en ceniza, la llama se iba apagando y por lo tanto tardaba más en consumirse. En ese punto se puede contemplar un cambio en la velocidad de la combustión con relación al tiempo (aceleración). En la Figura 8 se muestran los datos del cambio de velocidad en la reacción.



**Figura 8.** Gráfica de datos obtenidos de cambio de velocidad.

Con los datos obtenidos, se ajustó una ecuación polinómica de segundo grado, la cual coincidentemente fue un grado menor a la

función de la velocidad, obteniendo de esta manera la gráfica de la Figura 9.



**Figura 9** Ajuste de función de cambio de velocidad

La función de la aceleración que más se aproxime a los datos obtenidos se puede determinar empleando el concepto de cálculo

que indica que la primera derivada de la velocidad corresponde a la aceleración. Por lo

cual, retomando la Ecuación 9 de la velocidad se obtiene lo siguiente:

$$v'(t) = a(t)$$

$$v'(t) = -(3)0.00612t^{3-1} + (2)0.33077t^{2-1} - 1.66076t + 2.8411$$

$$v'(t) = -0.01836t^2 + 0.66154t - 1.66076 = a(t)$$

Por lo tanto, con dicha función polinómica de segundo grado, al sustituir el valor de tiempo t, en cualquier instante de la combustión, se obtendrá un valor aproximado de la aceleración que se presentó en ese momento.

En un caso hipotético, donde se tuviera únicamente la ecuación, pero se quisiera conocer la máxima de esta, es decir, ¿en qué segundo hubo mayor aceleración en la combustión de celulosa? Se puede aplicar la derivada, igualar la función obtenida a cero y resolverla. De esta manera se encontrará un valor aproximado al señalado en los datos.

$$a(t) = -0.01836t^2 + 0.66154t - 1.66076$$

$$f'(x) = -0.03672t + 0.66154$$

$$0 = -0.03672t + 0.66154$$

$$0.03672t = 0.66154$$

$$t = \frac{0.66154}{0.03672}$$

$$t = 18.0157$$

Por lo tanto, como los datos iniciales lo indicaban, en el segundo 18 es donde se presentó el mayor cambio en la velocidad y,

por consiguiente, este es el máximo valor de aceleración.

## Conclusiones

Con la experimentación realizada de la reacción química presente en la combustión de celulosa, se pudo apreciar una relación entre la estequiometría y conceptos de cálculo en este proceso. La estequiometría abarca de igual manera lo que son las ecuaciones químicas que, si bien al plantearla se identifican únicamente el proceso escrito, la conservación de la materia y de más, al momento de ponerlo en acción se puede notar la relación existente con el cálculo, al igual que con ciertos conceptos de precálculo, métodos numéricos e inclusive física; permitiendo un mayor análisis en el fenómeno químico efectuado, conocer más respecto a su comportamiento y los factores que se encuentran involucrados. Se identifica la utilidad de temas como la derivada y razón de cambio para analizar el proceso de combustión; al igual que los máximos y mínimos para ciertas características de ello.

Este tipo de estrategias permite que el alumno se involucre en la asignatura e intente relacionar los conceptos con lo que experimenta en su vida diaria, por lo que es obligado a razonar sobre los sucesos que se dan en su entorno. Esta metodología contribuye a hacer más atractiva y comprensible la Química en los estudios de los grados en Ingeniería; esta propuesta puede ser aplicada y extendida a otros temas de la Química. Es preciso poner a los alumnos en situación de enfrentar problemas reales, de expresar hipótesis, de diseñar experiencias para contrastar sus ideas previas, de plantear diversas estrategias de resolución de problemas y de analizar los resultados obtenidos.

## Referencias

Chang, R., & Goldsby, K. A. (2013). *Química* (11<sup>a</sup> ed.). McGraw Hill Educación

Fiscalab (s.f.) Velocidad Instantánea. Recuperado de

<https://www.fiscalab.com/apartado/velocidad-instantanea>

Hein, M., Arena, S & Willard, C. (2016). *Foundations of college chemistry* (15<sup>th</sup> ed.) John Wiley & Sons.

Larson, R. & Edwards, B. (2018) *Matemáticas I Cálculo Diferencial*. Cengage

Petrucci, R. H., Herring, F. G., Madura, J. D. & Bissonnette, C. (2013) *Química general* (10<sup>a</sup> ed.). Pearson

Sahin, H. T. & Mustafa B. A. (9 de junio de 2018) *A study on physical and chemical properties of cellulose paper immersed in various solvent mixtures*. Recuperado de <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2635603/>

Stewart, J. (2016) *Calculus Early Transcendentals* (8<sup>th</sup> ed.). Cengage

Vosniadou, S., Ioannides, C., Dimitrakopoulou, A., & Papademetriou, E. (2001). Designing learning environments to promote conceptual change in science. *Learning and instruction*, 11(4-5), 381-419.

Whitten, K. W., Davis, R. E., Peck, M. L. & Stanley, G. G. (2015) *Química* (10<sup>a</sup> ed.). Cengage.