

Propiedades mecánicas de materiales auxéticos macrométricos: estudio de una geometría re-entrante

A.I. Oliva^{1*}, J. Celis-Moreno¹, J.E. Corona²

¹ Instituto Tecnológico de Mérida, Depto. de Metal-Mecánica, Av. Tecnológico, Km 4.5, 97118 Mérida Yucatán México.

² Cinvestav IPN, Unidad Mérida, Depto. de Física Aplicada. AP. 73-Cordemex, 97310 Mérida Yucatán México.

Fecha de recepción: 21 de septiembre de 2022 - Fecha de aceptación: 13 de marzo de 2023

Resumen

El estudio de los materiales de comportamiento auxético es relativamente reciente y sus aplicaciones son todavía objeto de estudio. Estos materiales, con relación de Poisson de signo contrario a los materiales convencionales, requieren ser fabricados y caracterizados para ser aplicados en casos muy específicos. En este trabajo se describe el diseño, la fabricación y la caracterización de una celda de geometría hexagonal auxética tipo re-entrante fabricada con polímero TPU 95A. Se detalla la determinación de la relación de Poisson y del módulo de elasticidad de dicha geometría auxética. Los valores experimentales se comparan con los valores analíticos obtenidos de los modelos propuestos en la literatura para evaluar propiedades mecánicas de la celda auxética estudiada. Se observa un buen acuerdo entre los resultados obtenidos experimentalmente y los valores obtenidos de los modelos analíticos propuestos.

Palabras claves: materiales auxéticos, geometría re-entrante, relación de Poisson, módulo de elasticidad

Mechanical properties of macrometric auxetic materials: study of a re-entrant geometry

Abstract

The study and behavior of the auxetic materials are recently and their applications are still under study. The auxetic materials, with Poisson ratio contrarily to the conventional materials, require to be fabricated and characterized to be used for specific applications. In this work, the design, fabrication and characterization of a re-entrant type hexagonal auxetic cell fabricated with TPU 95A polymer are described. The methodology for measuring the Poisson ratio and the elastic modulus of such auxetic geometry is detailed. The experimental values are compared with the analytical values obtained from the analytical models proposed in the

*oliva@cinvestav.mx, A.I. Oliva en período sabático del Cinvestav IPN Unidad Mérida.

literature for determining such properties of the auxetic cell. A good concordance between the experimental and the analytical results are observed.

Keywords: *auxetic materials, re-entrant geometry, Poisson's ratio, elastic modulus*

1. Introducción

El uso y desarrollo de nuevos materiales en ingeniería, se ha incrementado muy fuertemente en los últimos años, principalmente en el área de los nanomateriales, cuyas propiedades distan todavía de conocerse sobre todo cuando al menos una de sus dimensiones está por debajo de 100 nm [Oliva, 2005]. En la escala macrométrica, se ha desarrollado un gran conocimiento sobre los materiales y la determinación de sus propiedades físicas, tales como las mecánicas, térmicas, ópticas y magnéticas, entre otras.

Las propiedades mecánicas de un nuevo material o de una nueva geometría de material requieren conocerse para otorgarle aplicaciones específicas. Así, las tradicionales curvas de esfuerzo-deformación de un material que se obtienen de mediciones mecánicas con una máquina universal, permiten determinar el módulo de elasticidad, el esfuerzo de cedencia y el esfuerzo último, así como su característica elástica o plástica del material en la escala macrométrica.

En particular, la relación de Poisson (ν) es una propiedad mecánica que se define como la relación entre la deformación unitaria transversal (ϵ_y) y la deformación unitaria axial (ϵ_x), esto es, $+\nu = -\epsilon_y/\epsilon_x$. En los materiales convencionales, la relación ν es de signo positivo ya que, al elongar axialmente el material, su dimensión transversal se reduce, el cual implica que el volumen del material se conserve durante la prueba mecánica de deformación.

Sin embargo, hay ciertos materiales o geometrías de materiales que presentan un

comportamiento diferente y cuya relación de Poisson es negativa, esto es, ante una deformación mecánica, el material se elonga o se reduce simultáneamente tanto en la dirección axial como en la transversal, lo que implica que $-\nu = \epsilon_y/\epsilon_x$.

Este comportamiento *anómalo* de algunos materiales, aunque fueron descubiertos hace ya casi 15 décadas [Saxena et al., 2016], no fue hasta 1991 cuando Evans [Evans, 1991; Evans y Nkansha, 1991] los denominó con la terminología de materiales *auxéticos* en virtud de la palabra griega *auxetos*, que significa: *que pueden crecer*. Estos materiales habían sido predichos teóricamente por Timoshenko [Timoshenko, 1953], pero no se habían descubierto ni medidas sus propiedades. Así, se ha predicho mediante la teoría elástica clásica que un material convencional isotrópico puede tener una relación de Poisson ν en el rango de $-1 < \nu < +0.5$; sin embargo, para los materiales auxéticos este rango puede considerarse entre $-1 < \nu < -0.5$.

En la actualidad, se tienen propuestas y estudios de estos materiales tanto a nivel nanométrico como macrométrico [Lim, 2015; Evans y Alderson, 2000], aunque sus sorprendentes aplicaciones sugeridas están todavía en estudio. Podemos citar en la escala nanométrica las características auxéticas de materiales con estructuras metálicas cúbicas y cristobalitas, así como los polímeros líquidos cristalinos; en la escala macrométrica a los materiales cerámicos porosos, los materiales compuestos, las estructuras óseas, las espumas, los polímeros microporosos, las estructuras tipo panal de abeja y de ladrillo, así como las geometrías tipo re-entrante

[Gibson y Ashby, 1997]. El uso de los materiales auxéticos se ha propuesto para aislar vibraciones mecánicas, para fabricar remaches de unión, para fabricar paneles aisladores de ruido, sellos hidráulicos (prensa-estopas) y catalizadores, entre otros [Carnerio et al., 2013].

En este trabajo, se detalla el diseño, la fabricación y la caracterización de una celda de geometría auxética tipo re-entrante hexagonal (tipo moño). Con las dimensiones de la celda construida, se modelan la relación de Poisson y el módulo de elasticidad y sus valores se comparan con los obtenidos de relaciones analíticas que los describen. Se discuten los resultados obtenidos y la gran similitud entre los valores de las propiedades medidas y calculadas.

2. Modelo de geometría auxética propuesto

Para estudiar la relación de Poisson y el módulo de elasticidad de la geometría auxética, usaremos la geometría de la celda re-entrante y su replicación mostrada en la Figura 1. Los parámetros por considerar en la celda auxética se detallan en la Figura 1 y para fines de fabricación se eligieron los siguientes valores de dichos parámetros: $2h = 40$ mm, es la longitud de la base; $l = 23$ mm es la longitud fija del lado flexionante, $t = 0.83$ mm, es el espesor y $\theta = 30^\circ$ es el ángulo inicial que se incrementa al aumentar la carga de compresión aplicada a la celda. Por las dimensiones de la celda propuesta, el ángulo θ alcanza un valor máximo de 50° antes de que sus vértices internos hagan contacto entre sí.

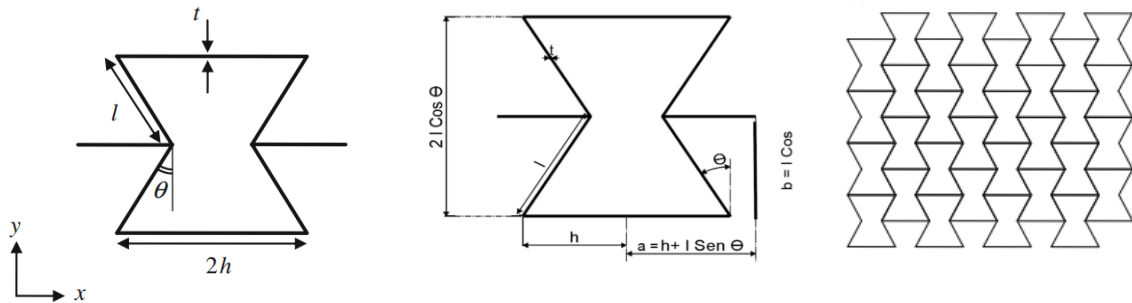


Figura 1. Geometría auxética y parámetros de la celda base. Celda replicada para formar la geometría auxética del material.

2.1 La relación de Poisson (ν)

De la Figura 1, definimos las dimensiones: $a = h + l \sin \theta$ y $b = l \cos \theta$, como los parámetros que cambian con el ángulo θ al comprimirse la geometría auxética. Si hallamos el incremento de a y b , respecto de la variable θ , obtenemos que: $\Delta a = l \cos \theta \Delta \theta$ y $\Delta b = -l \sin \theta \Delta \theta$.

De la definición de la relación de Poisson, sustituimos el cambio relativo de las

deformaciones unitarias $\epsilon_y = \Delta b/b$ y $\epsilon_x = \Delta a/a$ para obtener la Ec. (1) que nos permite determinar la relación de Poisson (ν) de la geometría auxética estudiada. Observe que el valor de ν obtenida en la Ec. (1) es positiva y es dependiente de las dimensiones de la celda (h , l) y del ángulo θ de deformación.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\left(\frac{\frac{\Delta b}{b}}{\frac{\Delta a}{a}}\right) = -\left(\frac{\frac{-l \operatorname{Sen}\theta \Delta\theta}{l \operatorname{Cos}\theta}}{\frac{1 \operatorname{Cos}\theta \Delta\theta}{h+l \operatorname{Sen}\theta}}\right) = \left(+\frac{\operatorname{Sen}\theta\left(\frac{h}{l} + \operatorname{Sen}\theta\right)}{\operatorname{Cos}^2\theta}\right) \quad (1)$$

2.2. El módulo de elasticidad (E)

La relación analítica para obtener el módulo de elasticidad (E) de esta gomería auxética ha sido reportada por Smith *et al.* [Smith *et al.*, 2000] y está dada por:

$$E = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \left(\frac{\left(\frac{h}{l} + \operatorname{Sen}\theta\right)}{\operatorname{Cos}^3\theta}\right), \quad (2)$$

donde $E_s = 78.7$ MPa, es el módulo de flexión del material polimérico utilizado (TPU 95A) [Ultimaker, 2017] para la fabricación de la estructura re-entrante y $t=0.83$ mm, su espesor. La Tabla 1 muestra

algunas propiedades mecánicas del TPU 95A utilizado para impresión 3D. Note de la Ec. (2) que E cambia su valor con el ángulo θ , i.e., con la fuerza aplicada al deformar la geometría.

El esfuerzo mecánico σ puede ser escrito como $\sigma = F/A = E\varepsilon_y$, donde F es la fuerza aplicada y A el área transversal de la geometría re-entrante. En nuestro caso, el área transversal no está definida en forma directa, por lo que determinaremos un área transversal equivalente. Utilizando la Ec. (2), podemos escribir el esfuerzo σ como:

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\varepsilon_y = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \left(\frac{\left(\frac{h}{l} + \operatorname{Sen}\theta\right)}{\operatorname{Cos}^3\theta}\right) \left(\frac{\Delta a}{a}\right) \quad (3)$$

Tabla 1. Propiedades mecánicas del TPU 95A para impresión en 3D [Ultimaker, 2017].

Propiedad mecánica	Valor típico	Método de ensayo
Módulo de elasticidad a la tracción (E)	26.0 MPa	ASTM D638
Esfuerzo de tracción a la deformación (σ_{yp})	8.6 MPa	ASTM D638
Esfuerzo de tracción a la rotura (σ_u)	39.0 MPa	ASTM D638
Alargamiento a la deformación (ε)	55%	ASTM D638
Alargamiento a la rotura (ε_u)	580%	ASTM D638
Resistencia a la flexión	4.3 MPa	ISO 179
Módulo de flexión (E_s)	78.7 MPa	ISO 179

Por lo que, despejando el área transversal equivalente A de la Ec. (3), se obtiene:

$$A = \frac{F \operatorname{Cos}^2\theta}{E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3} \quad (4)$$

Note que A cambia con la fuerza aplicada F y con el ángulo θ .

La Figura 2 muestra el comportamiento analítico del módulo de elasticidad, Ec. (2a), y del área transversal equivalente A, Ec. (4) como función del ángulo θ .

Para determinar el área transversal (Fig. 2b), se utilizaron valores de fuerza medidos experimentalmente en dicha geometría, como discutiremos más adelante.

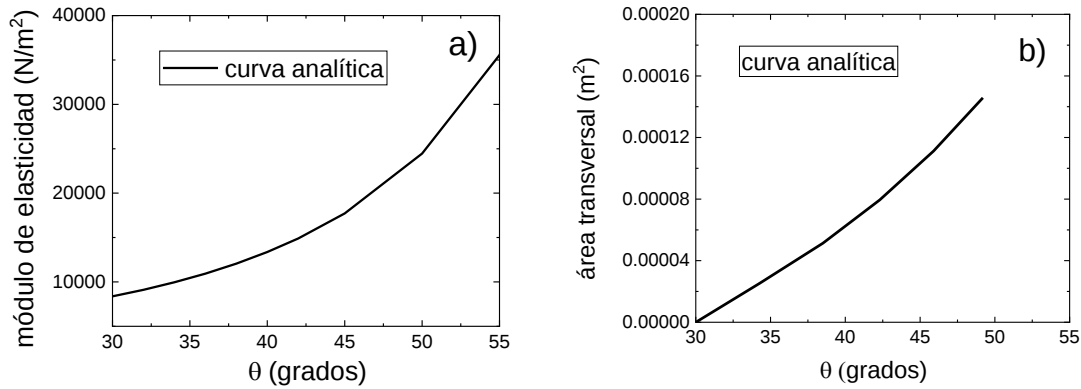


Figura 2. Valores analíticos de: a) módulo de elasticidad y b) área transversal equivalente para la geometría re-entrante auxética estudiada, obtenidos de las Ecs. (2) y (4).

3. Sistema experimental

La geometría re-entrante de la Figura 1 fue fabricada usando una impresora 3D. (Figura 3). Para determinar experimentalmente los valores de ν y E , se realizaron pruebas mecánicas de compresión de la geometría fabricada (Figura 4) en una máquina universal de diseño propio [Huerta et al., 2010] que utiliza una celda de carga digital

de 25 N para medir la fuerza aplicada y un micrómetro digital Mitutoyo de 1 μm de resolución para medir las deformaciones producidas. Antes de las pruebas, a las partes inferior y superior de la geometría fabricada se le adicionó una placa metálica de aluminio que evita la flexión del TPU 95A durante la aplicación de la carga, tal que no afecte la deformación y su medición. Se eligieron deformaciones de compresión axial (eje y) cada 2 mm hasta alcanzar una deformación máxima de 10 mm y se midieron las correspondientes deformaciones transversales (eje x). Para las mediciones transversales se utilizó como referencia las partes salientes de la sección media de la geometría (Figura 4) y un vernier digital con resolución de 1 μm .

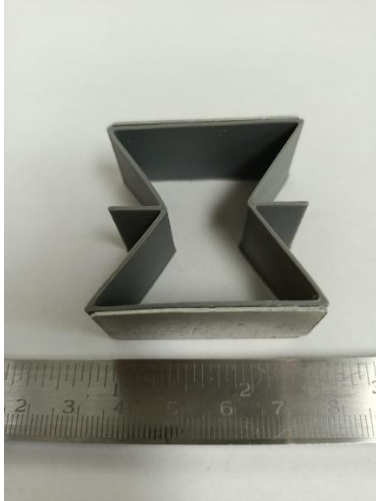


Figura 3. Geometría auxética fabricada con polímero TPU 95A. Se observa la placa rígida de aluminio colocada en la base y en la parte superior.

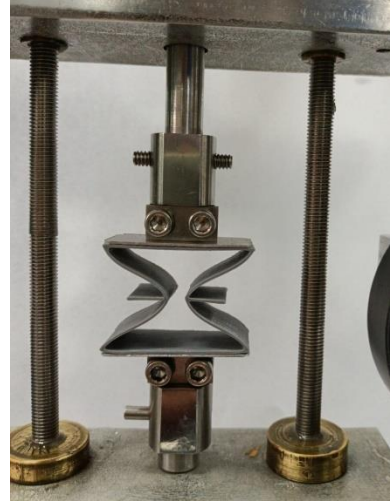


Figura 4. Montaje de la geometría auxética en la máquina universal bajo deformación. Las partes centrales salientes se usaron como referencia para las mediciones.

4. Resultados obtenidos

4.1 Relación de Poisson

Primeramente, se graficará el comportamiento analítico de la relación de Poisson (Ec. 1) vs el ángulo θ , para el cual se propusieron valores de θ entre 30° (valor sin carga) y 50° (máximo valor) como ángulos posibles en la geometría fabricada. La Figura 5a muestra el resultado. Se

observa un incremento no lineal de ν al incrementar el valor de θ . Un comportamiento similar se observa si graficamos el valor de ν como función de la deformación axial ϵ_y medida (Figura 5b) de la geometría fabricada, donde se observa que los valores de ν difieren ligeramente con la curva analítica. El rango de valores de ϵ_y corresponde con el rango de valores de θ .

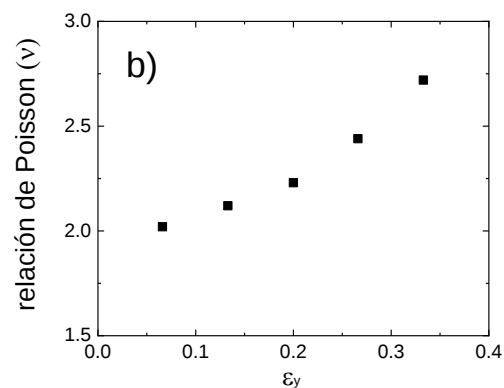
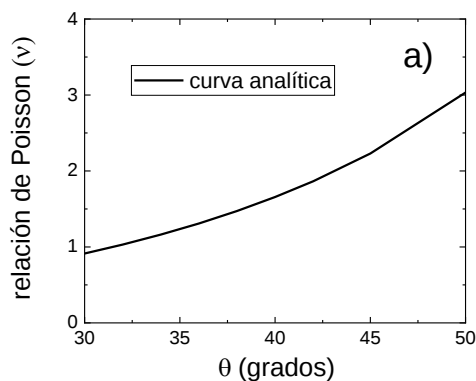


Figura 5. Relación de Poisson (ν) vs: a) ángulo θ , y b) deformación axial ϵ_y medida.

La Tabla 2 muestra la relación entre el ángulo θ y las deformaciones axial y

transversal medidas en la geometría auxética analizada bajo compresión.

También se incluye el valor medido de la relación de Poisson.

Tabla 2. Tabla de equivalencia entre el ángulo θ , las deformaciones axial y transversal y la relación de Poisson medida para la geometría auxética fabricada.

ángulo θ (°)	34.3	38.5	42.3	45.9	49.2	30
deformación axial, ε_y	0.18	0.32	0.44	0.56	0.67	0
deformación transversal, ε_x	0.066	0.133	0.200	0.266	0.333	0
relación de Poisson, ν	2.02	2.12	2.23	2.44	2.72	-

La Figura 6 muestra una comparación de los valores de la relación de Poisson como función de θ medidos experimentalmente y los valores determinados usando las deformaciones mecánicas medidas en los

ejes axial y transversal. Note la gran cercanía entre los valores medidos y los valores calculados de ν , lo que implica que nuestras mediciones guardan buen acuerdo con el modelo analítico propuesto.

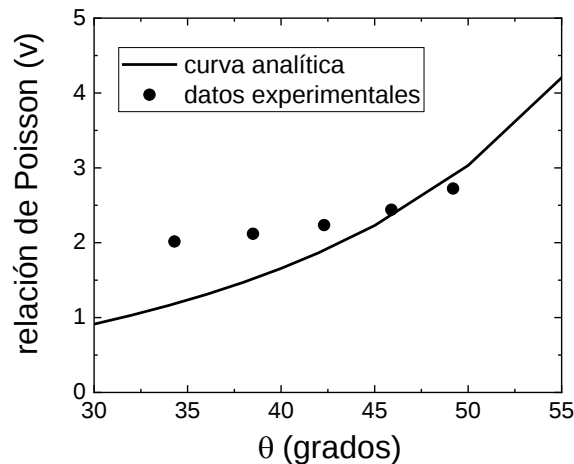


Figura 6. Valores experimentales medidos de la relación de Poisson y su comparación con los valores analíticos.

4.2 El módulo de elasticidad

Para la determinación experimental del módulo de elasticidad, requerimos aplicar a la geometría auxética diferentes fuerzas axiales y medir las deformaciones correspondientes. La curva F vs ε_y obtenida de dichas mediciones se muestra en la Figura 7 para una deformación máxima de 25%. Si dividimos el valor de la fuerza medida entre el área transversal equivalente calculada, obtenemos el valor del esfuerzo para cada valor del ángulo θ medido. Este

resultado se muestra en la Figura 8 para el rango del ángulo θ medido. Para determinar el módulo de elasticidad E se requiere obtener la gráfica de σ vs ε_y cuya pendiente en cada punto nos da el valor de E . La Figura 9 muestra este resultado. Ajustando una ecuación cuadrática a los puntos experimentales de la Figura 9, nos permite determinar la función que la describe. Esta función ajustada es descrita como:

$$\sigma = \sigma_0 + B_1 \varepsilon_y + B_2 \varepsilon_y^2 \quad (5)$$

Cuya derivada nos describe el valor de E ($E=\Delta\sigma/\Delta\varepsilon_y$) correspondiente a cada valor de ε_y :

$$E = d\sigma/d\varepsilon_y = B_1 + 2 B_2 \varepsilon_y \quad (6)$$

con las constantes: $\sigma_0=5333 \text{ N/m}^2$ $B_1=8359 \text{ N/m}^2$ y $B_2= 30015 \text{ N/m}^2$ obtenidas de nuestro experimento y una $R^2=0.9999$.

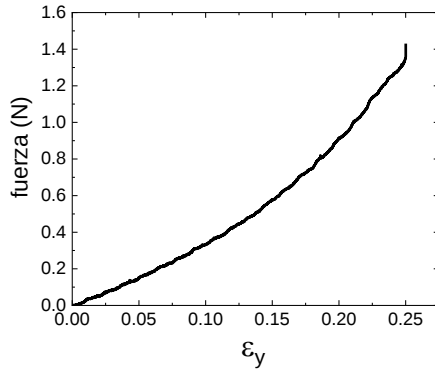


Figura 7. Gráfica de fuerza (F) vs ε_y obtenida experimentalmente de la geometría auxética fabricada.

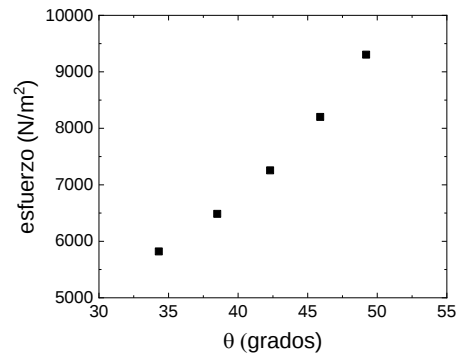


Figura 8. Gráfica de σ vs θ obtenida experimentalmente de la geometría auxética.

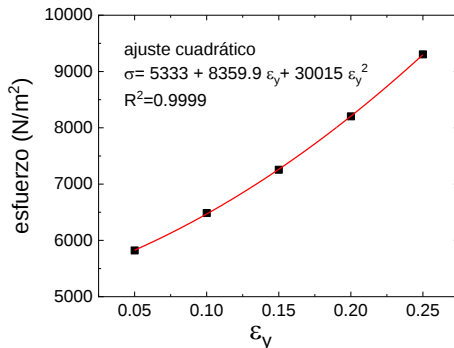


Figura 9. Gráfica de σ vs ε_y con un ajuste cuadrático.

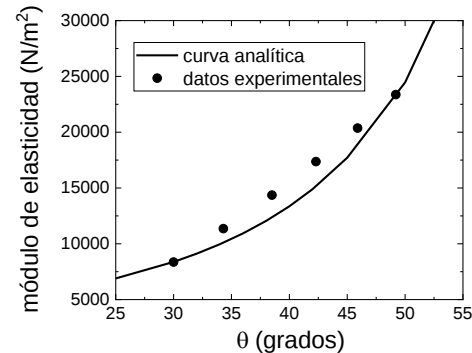


Figure 10. Comparación experimental y analítica de los valores de E vs θ para la geometría auxética estudiada.

La Figura 10 muestra una gráfica comparativa de los valores analíticos y medidos del módulo de elasticidad mediante la pendiente en cada valor de θ (Ec. 6). Los valores de E muestran un buen acuerdo entre los valores medidos y los estimados del modelo analítico. Así, el módulo de elasticidad de la geometría auxética muestra una variación importante con el ángulo θ de

deformación producida en la celda estudiada; caso contrario con un material convencional, donde dentro del rango elástico, el módulo de elasticidad presenta un valor de pendiente constante en dicho rango. Por otro lado, el módulo de elasticidad del material utilizado para la fabricación 3D de la celda auxética ($\approx \text{MPa}$), es mucho mayor que el valor del módulo estimado para la celda auxética

fabricada con dicho material ($\approx$ kPa) como se muestra en la Tabla 1. Diferentes geometrías tipo auxéticas pueden ser generadas mediante algoritmos matemáticos [Bonneau, 2021], pero su fabricación y caracterización resultan de suma importancia para estudiar su comportamiento y sus posibles aplicaciones.

5. Conclusiones

El estudio de los materiales auxéticos se encuentra todavía en desarrollo y más aún, en sus posibles aplicaciones. Aunque existen materiales cuya naturaleza es auxética a nivel macroscópico, el interés está en las diferentes geometrías que permiten tener la propiedad para obtener una relación de Poisson de signo contrario a los

materiales convencionales. El rango de valores de la relación de Poisson y del módulo de elasticidad determinados experimentalmente en la celda auxética de geometría tipo moño fabricada con TPU 95A, se aproxima con el rango de valores calculados mediante los modelos analíticos propuestos para dicha geometría. La unión de varias celdas con esta geometría para obtener un material de mayor dimensión podría ser utilizado sobre paredes para amortiguar el sonido, en empaques de protección para envío de productos, o en bases de aislamiento de vibraciones para protección de equipos. Estas aplicaciones son objeto de otros esfuerzos que se realizan sobre las ventajas del comportamiento auxético.

6. Referencias

- Bonneau G.P., Hahman S., Marku J. (2021). Geometric construction of auxetic metamaterials. *Computer Graphics Fórum*, 40 (2), 291-303.
- Carneiro V.H., Meireles J., Puga H. Auxetic materials: A review. *Mater. Sci.-Poland*, 31 (4) (2013) 561-571.
- Evans K.E. (1991). Auxetic polymers: a new range of materials. *Endeavour*, New Series, Pergamon Press, UK. 15 (4) 170-174.
- Evans K.E., Nkansah M.A., Hutchinson I.J., Rogers S.C. (1991). *Nature*, 353, 124-128.
- Evans K.E., Alderson K. (2000). Auxetic materials: functional materials and structures from lateral thinking. *Advanced Materials*, 12 (9), 617-628.
- L.J. Gibson, M.F. Ashby. *Cellular structures*. Structure and properties, 2nd Edition, 1997. Cambridge Solid State Series.
- Huerta E., Corona J. E., Oliva A.I., Avilés F., González J. (2010). Universal testing machine for mechanical properties of thin materials. *Revista Mexicana de Física*. 56 (4), 317-321.
- Lim T.C. *Auxetic Materials and Structures*. Springer Science+Business Media Singapur, 2015.
- Oliva A.I. (2005). Nuevas propiedades físicas de materiales nanoestructurados. *Revista de Ingeniería*, UADY, 9 (3), 39-46.

- Saxena K.K., Das R., Calius E.P. (2016). Three decades of auxetics research- Materials with negative Poisson's: A review. *Advanced Engineering Materials*. 18 (11), 1847-1870.
- Smith C.W., Grima J.N., Evans K.E. (2000). A novel mechanism for generating auxetic behavior in reticulated foams: missing rib foam model. *Acta Materialia*, 48 (17), 4349–4356.
- Timoshenko S.P. (1953). *History of strength of materials*, McGraw-Hill, New York.
- Ultimaker. Ficha de datos técnicos del TPU95A. (2017). Versión 3.010.