

Cristales fotónicos unidimensionales y bidimensionales: realidades y perspectivas en la ingeniería de la luz

Tun-Carrillo, Marco A.^{1,*}, Mora-Ramos, Miguel E.², Pérez-Quintana, Ignacio³, Gómez-Urrea, Hernan A.⁴

¹Posgrado en Ciencias-IICBA, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Av. Universidad No. 1001, CP. 62209, Cuernavaca, Morelos, México

²Centro de Investigación en Ciencias-IICBA, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Av. Universidad No. 1001, CP. 62209, Cuernavaca, Morelos, México

³Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, Industrias No Contaminantes S/N, Sin Nombre de Col 27, CP. 97302, Mérida, Yucatán, México.

⁴Instituto de Ciencias Básicas, Universidad de Medellín, 050026, Medellín, Colombia

Fecha de recepción: 25 Octubre de 2024 — Fecha de aceptación: 29 abril de 2025

Resumen

Este artículo divulgativo pretende dar a conocer algunas características y aplicaciones de las llamadas heteroestructuras fotónicas, estructuras artificiales fabricadas con el propósito de controlar y moldear la propagación de la luz a través de las mismas. Además, se quieren presentar algunos resultados del trabajo de nuestro grupo en el diseño y simulación de propiedades buscadas teniendo en cuenta los materiales usados en estos dispositivos y los fenómenos que se presentan para cada caso, junto con sus posibles aplicaciones en la ingeniería.

Palabras Clave: Cristales fotónicos, heteroestructuras, fotónica, gap omnidireccional

One- and two-dimensional photonic crystals: realities and perspectives in light engineering

Abstract

This informative article aims to present some characteristics and applications of the so-called photonic heterostructures, artificial structures manufactured with the purpose of controlling and shaping the propagation of light through them. In addition, we want to present some results of the work of our group in the design and simulation of sought properties, taking into account the materials used in these devices and the phenomena that are presented for each case, along with their possible applications in engineering.

Keywords: Photonic crystals, heterostructures, photonics, omnidirectional gap

1. Introducción

1.1. Antecedentes históricos

El concepto de cristales fotónicos fue introducido en los años 80 por los científicos Eli Yablonovitch y Sajeev John de forma independiente [Yablonovitch, 1987, John, 1987]. Yablonovitch estaba interesado en cómo inhibir la emisión espontánea de los átomos, mientras que John estudiaba cómo las ondas de luz podrían ser localizadas en

medios desordenados. Su trabajo dio lugar a la idea de manipular la luz a través de la ingeniería de la estructura de los materiales a escala nanométrica. Yablonovitch fue quien acuñó el término cristal fotónico; fue pionero en explorar su potencial para aplicaciones tecnológicas, mientras que John se centró más en la localización de la luz dentro de estas estructuras. Desde entonces, los cristales fotónicos se han convertido en un campo multidisciplinario que abarca la física, la ingeniería y las ciencias de los materiales.

*marco.tun@uaem.edu.mx

Los cristales fotónicos son materiales cuya estructura interna afecta el comportamiento de la luz, permitiendo controlar su propagación de una manera similar a cómo los semiconductores controlan el flujo de electrones. Estos cristales tienen una disposición periódica de materiales con diferentes índices de refracción, lo que genera un *bandgap* fotónico o brecha, una región de frecuencias donde la luz no puede propagarse a través del cristal, al igual que la brecha de energía para los electrones en los semiconductores [Joannopoulos et al., 2008]. La teoría que describe -y explica- estas propiedades se inspira en la estructura de los sólidos cristalinos, donde los electrones experimentan un potencial periódico debido a los átomos en una red cristalina. En un cristal fotónico, la periodicidad no es en la distribución de átomos, sino en la distribución del índice de refracción del material. Este patrón periódico afecta la forma en que las ondas electromagnéticas, como la luz, se propagan a través del material.

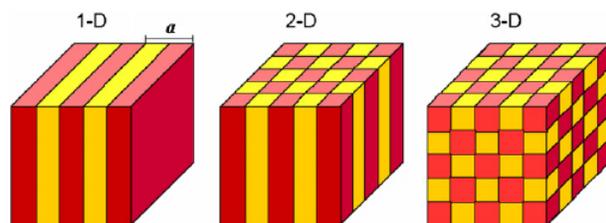


Figura 1: Representación de un sistema fotónico de dos materiales diferentes en una, dos y tres dimensiones [Lipson and Lu, 2009].

1.2. El funcionamiento de estos cristales

El funcionamiento de los cristales fotónicos se basa en la dispersión y la interferencia constructiva y destructiva de las ondas de luz cuando interactúan con la estructura periódica del material. Al ajustar la periodicidad y los índices de refracción de los materiales involucrados, es posible bloquear ciertas frecuencias de luz, mientras que otras pueden pasar sin problemas.

Para entender este fenómeno vamos a emplear, a manera de ejemplo la estructura representada en la Figura 1(a). Imaginemos que el par de láminas con distintos índices de refracción representadas en colores rojo y amarillo se repite de manera infinita hacia la izquierda y la derecha del bloque ilustrado. Eso genera un cristal fotónico unidimensional que suele nombrarse como *reflector de Bragg* (RB), haciendo mención al científico británico-australiano William Lawrence Bragg. Bragg formuló la ley que lleva su nombre y le hizo merecedor de un premio Nobel en 1915 y que describe la difracción de rayos X por los sólidos cristalinos. En tal ley se establecen matemáticamente las condiciones para la interferencia constructiva y destructiva de la onda electromagnética por parte del arreglo de planos atómicos

en el cristal. Sucede que esa misma ley explica lo que ocurre al propagarse la luz en el RB. Nos damos cuenta que al pasar de una lámina a otra la luz debe atravesar una superficie divisora. En tal superficie, la onda luminosa experimenta tanto una reflexión como una refracción, que obedecen a la conocida ley de Snell de la óptica.

Para expresarlo de otra forma: Al viajar a través de la estructura, una onda encontrará en su camino a otras ondas reflejadas desde superficies más adelante. Al superponerse, puede ocurrir que la amplitud de la onda resultante se refuerce o que se atenúe, llegando a desaparecer del todo (interferencia destructiva). Esto ocurre de manera diferente para cada longitud de onda de la luz, que suele designarse por la letra griega λ . Cuando todo un intervalo completo de valores de esa longitud de onda sufre el fenómeno de interferencia destructiva, se dice que aparece una brecha o *bandgap*. La luz con esos valores de λ no puede propagarse a través del sistema y sólo le resta reflejarse completamente del mismo, de ahí su nombre de *reflector*. Claro está, en la práctica no podremos tener una estructura infinita de pares de láminas; pero resulta particularmente interesante que, manipulando los espesores de esas láminas así como seleccionando adecuadamente los materiales que las constituyen, con sólo unas pocas decenas de tales pares se logra reproducir casi exactamente el fenómeno de la aparición de esa brecha, comparado con el caso infinito.

Esto los convierte en herramientas valiosas para el control de las ondas electromagnéticas. Actualmente, los cristales fotónicos son un tema de investigación activa en fotónica y optoelectrónica, con el objetivo de mejorar las comunicaciones ópticas, la computación cuántica y el desarrollo de materiales con propiedades ópticas personalizadas.

1.3. Los cristales fotónicos y sus usos

Desde su propuesta inicial, los cristales fotónicos han avanzado significativamente, tanto teórica como experimentalmente. En la década de 1990, se fabricaron los primeros cristales fotónicos tridimensionales utilizando técnicas avanzadas de nano-fabricación [Yablonovitch et al., 1991]. Estas estructuras tienen aplicaciones, presentes y perspectivas, en una amplia gama de áreas, incluyendo:

- **Fibra óptica mejorada:** Los cristales fotónicos permiten diseñar fibras ópticas con menores pérdidas y mayor capacidad de control sobre la dirección de la luz. Las fibras fotónicas son una de las aplicaciones más importantes, con usos en telecomunicaciones, sensores ópticos y láseres de alta precisión, [Huang et al., 2019, Broeng et al., 1999].
- **Circuitos ópticos:** En el ámbito de la computación, los cristales fotónicos podrían ser clave pa-

ra el desarrollo de computadoras ópticas, que utilizarían luz en lugar de electricidad para procesar información. Esto podría aumentar considerablemente la velocidad de los cálculos y reducir el consumo energético.

- **Sensores avanzados:** Los cristales fotónicos también se utilizan en la creación de sensores extremadamente sensibles para detectar gases, temperatura o cambios de presión. Su alta sensibilidad se debe a la capacidad de concentrar la luz en regiones muy pequeñas dentro de los materiales, [Portosi *et al.*, 2019].
- **Láseres:** Los cristales fotónicos se emplean para diseñar láseres más eficientes y compactos, donde es posible controlar la longitud de onda de la luz emitida con gran precisión. Esto tiene aplicaciones en medicina, comunicaciones y fabricación, [Noda *et al.*, 2017].
- **Fotovoltaica:** Incremento de la eficiencia en la captura de la luz en los paneles solares [Liu *et al.*, 2019, Wijaya *et al.*, 2024].

1.4. Cristales fotónicos en la naturaleza

En una entrevista escrita en 2007 Eli Yablonovich mencionó que los cristales fotónicos unidimensionales no podían ser catalogados como "cristales" dado los requerimientos de pureza para los constituyentes, [Yablonovich, 2007], eso sin embargo no ha impedido que la naturaleza logre implementar estas estructuras en diversas criaturas. Los cristales fotónicos unidimensionales se encuentran en estructuras naturales como las alas de ciertas mariposas y las conchas de algunos moluscos, donde capas alternas de materiales con distintos índices de refracción generan efectos de interferencia y coloración estructural. Un ejemplo claro del caso unidimensional es del crustáceo *C. refulgens*, Fig.(2a), cuyo ojo presenta un patrón de reflector Bragg el cual le permite captar mejor ciertas longitudes de onda en su medio, Fig.(2b).

Por otro lado, los cristales fotónicos bidimensionales aparecen en escamas de escarabajos y en algunas esponjas marinas, donde arreglos periódicos en dos direcciones producen reflejos iridiscentes y manipulan la propagación de la luz de manera eficiente. Un ejemplo concreto de cristal fotónico bidimensional en la naturaleza es la esponja marina *Euplectella aspergillum*, también conocida como "canasta de Venus". Su esqueleto de sílice presenta una estructura periódica en dos dimensiones, con una red de poros y canales que generan un efecto de confinamiento y manipulación de la luz, [Sharma and Hiremath, 2023]. Esta disposición cristalina mejora la eficiencia en la captación de luz para los organismos simbióticos que viven en su interior y también contribuye a la resistencia mecánica de la esponja, Fig.(2c).

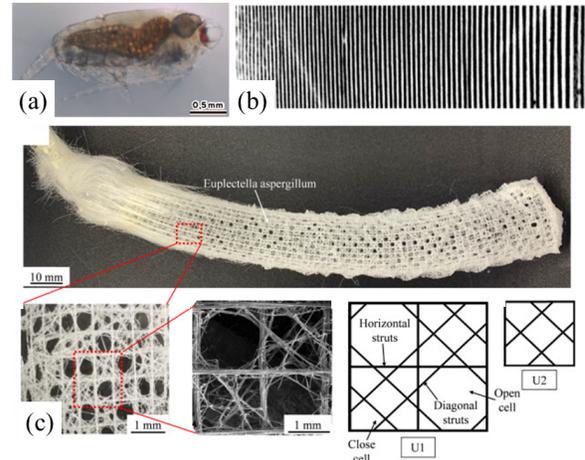


Figura 2: Ejemplos de los cristales fotónicos en la naturaleza. (a) imagen del crustaceo *C. refulgens* tomado de [Nishida *et al.*, 2002]. (b) Imagen TEM de un ACPC en el ojo del crustáceo *C. refulgens*, las regiones teñidas muestran capas, cada una de aproximadamente 100 nm de espesor, con diferente índice de refracción, [Nishida *et al.*, 2002]. (c) Imagen SEM y diagrama del cuerpo de la esponja *Euplectella aspergillum*, mostrando el patrón bidimensional que la forma. [Sharma and Hiremath, 2023]

2. Cristales cuasi-periódicos

Existen otro tipo de estructuras formadas a partir de materiales con diferentes propiedades dieléctricas para las cuales el ordenamiento espacial no sigue un patrón de estricta regularidad: Los *cuasicristales fotónicos*, son una clase de sistemas que, al igual que los cristales fotónicos, controlan la propagación de la luz mediante la manipulación de su estructura interna. Sin embargo, a diferencia de los cristales fotónicos convencionales, que presentan una periodicidad regular, los cuasicristales fotónicos tienen un orden estructural cuasiperiódico. Esto significa que su estructura no se repite de manera estrictamente periódica, pero aún mantiene un tipo de simetría espacial que influye en la propagación de las ondas electromagnéticas.

El concepto de cuasicristales fue propuesto en 1984 por el grupo liderado por físico israelí Dan Shechtman, quienes descubrieron una aleación metálica que presentaba un patrón de difracción de los rayos X con simetría pentagonal, algo que no es posible en los cristales periódicos tradicionales según las reglas de la cristalografía clásica [Shechtman *et al.*, 1984]. Este descubrimiento desafió las ideas tradicionales sobre el orden y la simetría en los sólidos, y abrió la puerta al estudio de materiales cuasiperiódicos en diversos campos, incluida la fotónica.

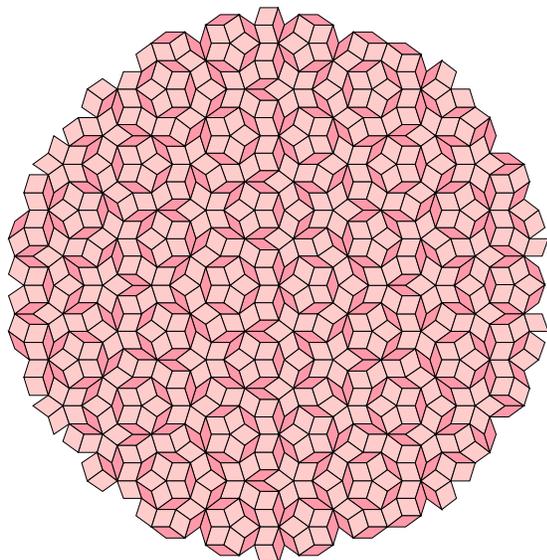


Figura 3: Esquema de un diagrama Penrose que llena el plano. Imagen tomada de: <https://misc.0o0o.org/penrose/>

Los cuasicristales fotónicos están contruidos siguiendo patrones que presentan simetrías complejas, como el famoso teselado de Penrose, que presenta simetría pentagonal o decagonal, que no se encuentra en cristales periódicos convencionales (ver Fig. 3). Esta disposición cuasiperiódica provoca una dispersión y una interferencia más complejas de las ondas electromagnéticas en comparación con los cristales fotónicos tradicionales. La cuasiperiodicidad en los cuasicristales fotónicos ofrece una combinación de características entre los cristales fotónicos periódicos y los materiales desordenados, como los vidrios fotónicos. Esto crea una respuesta óptica única, como bandgaps fotónicos no periódicos y fenómenos de localización de la luz.

Debido a su estructura no periódica, los cuasicristales fotónicos poseen propiedades ópticas singulares que los distinguen de sus contrapartes periódicas. Algunas de estas propiedades incluyen:

- **Bandgaps fotónicos más amplios o múltiples:** Los cuasicristales fotónicos pueden exhibir bandgaps en una mayor gama de frecuencias en comparación con los cristales fotónicos regulares, lo que les permite bloquear o guiar la luz en diferentes rangos de longitudes de onda [Zhi-Fang et al., 2005, Wang et al., 2005, Araújo et al., 2012], .
- **Mayor control sobre la dispersión de la luz:** La compleja disposición cuasiperiódica permite un control más preciso sobre cómo las diferentes longitudes de onda de la luz se dispersan dentro del material, lo que puede ser útil en aplicaciones que

requieren una manipulación fina de la luz [Vyushnishev et al., 2017, Wang et al., 2022].

- **Focalización y localización de la luz:** En ciertos cuasicristales fotónicos, la luz puede concentrarse en pequeñas áreas debido a los efectos de localización. Esto puede tener aplicaciones en el diseño de dispositivos láser o en la creación de fuentes de luz altamente direccionales [Sbroscia et al., 2020].
- **Simetrías prohibidas en cristales periódicos:** Los cuasicristales fotónicos pueden tener simetrías prohibidas en cristales convencionales. Esto les otorga propiedades de difracción únicas, lo que puede ser útil en dispositivos ópticos avanzados [Notomi et al., 2004, Bitá, 2006, Else et al., 2019].

Las propiedades únicas de los cuasicristales fotónicos los convierten en candidatos ideales para diversas aplicaciones tecnológicas. En el ámbito de los láseres de banda ancha, su capacidad para generar múltiples bandgaps fotónicos permite el desarrollo de láseres que operan en un rango más amplio de longitudes de onda. Además, su estructura cuasiperiódica mejora la sensibilidad en sensores ópticos, facilitando la detección de pequeños cambios en la composición química o la temperatura. También destacan en el control de la radiación térmica, ya que pueden manipularla con mayor precisión, lo que resulta útil en la gestión térmica y la conversión de energía. Por último, en dispositivos de telecomunicaciones, los cuasicristales fotónicos ofrecen la posibilidad de controlar y guiar múltiples longitudes de onda simultáneamente, mejorando la eficiencia en el uso del espectro de frecuencias.

3. Acerca del diseño y simulación de cristales y cuasicristales fotónicos

Ya nos hemos referido a los *cristales fotónicos unidimensionales (1D)* en nuestros comentarios anteriores. Son estructuras fabricadas mediante multicapas de materiales con diferentes índices de refracción. Los *cristales fotónicos bidimensionales (2D)* son más complejos, ya que el índice de refracción varía en dos dimensiones. Generalmente, se trata de una matriz periódica de agujeros o inclusiones en un material base, donde el patrón repetitivo afecta la propagación de la luz en el plano de esas dos dimensiones. Estos cristales permiten crear bandas prohibidas fotónicas para determinadas longitudes de onda y direcciones de la luz, lo que es útil para guiar y manipular la luz dentro de dispositivos ópticos [Starczewska and Kepinska, 2024]. Algunas de sus

aplicaciones principales son la fabricación de *Guías de onda*: En estos dispositivos, la luz puede ser guiada dentro de la estructura, aprovechando las propiedades del cristal fotónico para evitar pérdidas y manipular la dirección de la luz, como son las fibras ópticas [Li et al., 2020, Ha et al., 2009]. Otros fenómenos más complejos, son por ejemplo los efectos de *índice cero*, en el cual la estructura se comporta como un metamaterial cuyo índice de refracción total es cercano a cero, llevando a efectos de manipulación de ondas más prominentes [Ashraf and Faryad, 2016, Vertchenko et al., 2021].

Aunque el desarrollo de cristales fotónicos tridimensionales (3D) permite el control total de la luz en todas las direcciones, su fabricación es mucho más compleja debido a los desafíos de crear estructuras tridimensionales periódicas a nanoescala. Estos cristales tienen una banda prohibida fotónica completa, es decir, pueden bloquear la propagación de la luz en cualquier dirección para ciertos rangos de frecuencia. Una de las aplicaciones más frecuentes de este tipo de cristales es su uso para generar cavidades donde el campo electromagnético queda altamente confinado [Iwamoto et al., 2016].

El estudio de los cristales fotónicos a menudo se realiza de manera teórica o a través de simulaciones en lugar de experimentos físicos directos debido a una serie de razones que involucran la complejidad de estos sistemas y los desafíos técnicos que presentan. Los cristales fotónicos requieren estructuras periódicas con variaciones en el índice de refracción que operan a escalas de longitud de onda de la luz visible (del orden de cientos de nanómetros). Fabricar estos materiales con precisión es extremadamente difícil y costoso. Los métodos experimentales para crear cristales fotónicos, especialmente en dimensiones 2D y 3D, involucran técnicas avanzadas como litografía a nanoescala, grabado profundo o autoensamblaje molecular, todas ellas con limitaciones tecnológicas y errores en la fabricación.

Las simulaciones permiten variar fácilmente parámetros como el índice de refracción, las dimensiones de las inclusiones y las longitudes de onda de la luz de forma mucho más precisa de lo que se podría hacer en un laboratorio. Esto ofrece una ventaja en el estudio de cristales fotónicos, ya que incluso pequeños cambios en la estructura o en el material pueden producir grandes variaciones en el comportamiento óptico. Las ecuaciones de Maxwell, de donde parten los métodos numéricos, permiten crear una base matemática fuerte lo que lleva a considerar las simulaciones experimentos numéricos.

Algunos métodos numéricos incluyen la Matriz de transferencia para los casos unidimensionales [Escorcia-García et al., 2017, Bellingeri et al., 2017] o mediante técnicas computacionales más avanzadas como el Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) o el Método de Elementos Finitos (FEM) [Yeh et al., 1977] para los casos bidimensionales y tridimen-

sionales, en todos los casos se puede explorar cómo la luz interactúa con un cristal fotónico para una amplia gama de condiciones, algo que sería impráctico o imposible en un laboratorio. Esto incluye explorar la creación de bandas prohibidas fotónicas, la dispersión de la luz o la localización de modos de luz dentro de las cavidades.

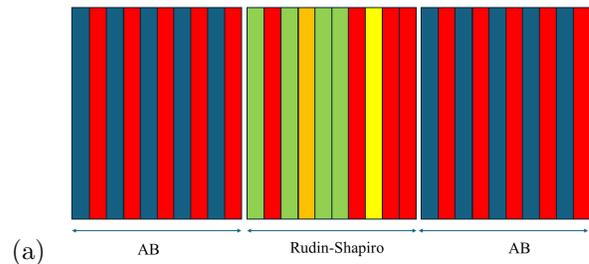
Aprovecharemos la oportunidad que brinda el presente trabajo para exponer algunos de los más recientes resultados de nuestro grupo de investigación en la tarea de proponer y simular estructuras fotónica 1D y 2D; incluyendo, por ejemplo, la presencia de secciones cuasi-periódicas en lo que se ha dado en llamar heteroestructuras híbridas. Presentaremos parte del tren de pensamiento que se lleva a cabo al momento de: diseñar, simular e interpretar los resultados para ejemplos de un caso unidimensional y un caso bidimensional. Se busca presentar con lujo de detalle cada una de las consideraciones que se toman en base a un objetivo definido para la aplicación del cristal.

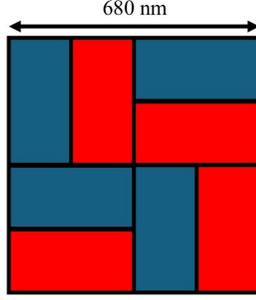
4. Diseño del cristal

En 1D, el diseño inicial del sistema fotónico parte de la selección de una estructura periódica o cuasi-periódica. Por ejemplo: para un caso unidimensional el caso más simple es un espejo de Bragg, formado al alternar dos materiales, A y B, de forma sucesiva n cantidad de veces (orden de la secuencia), siendo la fórmula que la genera:

$$f(n) = (AB)^2 \quad (1)$$

Esta regla de expansión de la estructura conduce a una distribución espacial periódica para las capas, resultando independiente de si algunas de las posiciones de las capas son intercambiadas, simetría traslacional. Por otro lado, secuencias como la de Thue-Morse [Qiu et al., 2004, Zhang et al., 2013, Rahimi, 2016, Yue et al., 2018, Moretti et al., 2006] y la de Rudin-Shapiro -una secuencia de 4 materiales nombrada en honor a Marcel Golay [Golay, 1951], Walter Rudin [Rudin, 1959] and Harold S. Shapiro [Shapiro, 1951]- son consideradas secuencias *cuasi-periódicas*, esto es, que si bien existe una ley matemática que genera la secuencia, en la medida que el orden de ésta se incrementa el grado de *desorden* en la





(b)

Figura 4: (a) Esquema de una estructura híbrida formada por la unión de dos secuencias periódicas (AB) y una secuencia cuasi-periódica (RS) unidimensional, (b) Esquema de la celda unitaria cuadrada de 680 nm de lado para el cristal fotónico 2D, en azul se tiene como material TiO_2 y en rojo SiO_2 .

distribución de capas va aumentando. De igual forma, este tipo de secuencias no poseen simetría traslacional únicamente simetría orientacional [Yue et al., 2018].

Un esquema de diseño en el que nuestro grupo ha trabajado en años recientes para casos de cuasicristales 1D es el uso de *heteroestructuras* formada por la unión de dos secuencias periódicas que flanquean a una sección cuasiperiódica, Fig.(4a) [Agarwal et al., 2009]. El ejemplo presentado en este trabajo consiste en una heteroestructura formada por secuencias AB (Bragg) externas y una sección central de Rudin-Shapiro (RD). Las ecuaciones (2a-2d) representan el morfismo (reglas) que se siguen para generar la secuencia RD partiendo de una letra inicial "A". Partiendo de la letra inicial, la primera generación queda como $RD(1) = AC$, la segunda como $RD(2) = ACAC$, tercera $RD(3) = ACABACDC$, así sucesivamente.

$$A \rightarrow AC \quad (2a)$$

$$B \rightarrow DC \quad (2b)$$

$$C \rightarrow AB \quad (2c)$$

$$D \rightarrow DB \quad (2d)$$

Por otra parte, las estructuras 2D suelen partir del uso de barras o cilindros predispuestos espacialmente separados [Baker et al., 2015, Kyaw et al., 2020, Robinson and Nakkeeran, 2013, Ashraf and Faryad, 2016]. Si bien esta geometría es la más implementada y estudiada, al igual que con los casos unidimensionales lo que se busca es una secuencia periódica o cuasiperiódica que pueda llenar el plano (*plane tiling*). La geometría que se presenta en este trabajo se trata de un caso periódico que pertenece a la agrupación $p4g$ en la clasificación de planos conocida como *Wallpaper group* (se recomienda visitar la muy ilustrativa página homónima de Wikipedia para una mayor información). La elección de esta estructura

se debe principalmente a su simpleza de diseño y fácil simulación dada la geometría rectangular involucrada.

4.1. Elección de materiales

La elección de materiales, para ambos casos, es dependiente de dos propiedades fundamentales. Primeramente se busca que los materiales posean el *contraste óptico* más grande posible [Panyaev et al., 2021], siendo el contraste óptico la diferencia entre los valores de los índices de refracción $\Delta_{AB} = |n_A - n_B|$, un contraste bajo lleva a resultados pobres de los efectos lineales en las estructuras.

La segunda característica es la transparencia del material en el régimen de longitud de onda de trabajo, el índice de refracción es una función de la longitud de onda [Wood and Nassau, 1982], con esto se garantiza que la absorción de la luz por parte del material despreciable, acelerando el cálculo de la simulación y mejorando los efectos esperados. Los materiales predilectos son los óxidos dieléctricos, siendo los favoritos el óxido de silicio, SiO_2 , y óxido de titanio, TiO_2 , con índices de refracción de $n_{SiO_2} = 1.46$ [Gao et al., 2012] y $n_{TiO_2} = 2.28$ [Siefke et al., 2016] en la longitud de onda de 1500 nm, respectivamente.

$$l_i = \frac{\lambda_0}{an_{\lambda_0}} \quad (3)$$

(3) representa la condición de Bragg para la selección del espesor de las capas, λ_0 es llamada la longitud central y representa la longitud de onda sobre la cual se centra el ancho de banda que se genera por la estructura, n_{λ_0} es el valor del índice de refracción del material a la longitud central y a es una constante que se suele tomar como 4 para casos de espejos AB , 6 para espejos ABC y sucesivamente. Para nuestro caso unidimensional se usan SiO_2 y TiO_2 para generar los espejos AB de orden 5 (10 capas) a ambos lados con una condición de $a = 4$; para la parte cuasi-periódica es la secuencia RD de orden 4 con la particularidad de eliminar la letra A, $RD(4) = CBCDCCBDBB$, la condición que se aplica a las capas es $a = 8$. Los materiales, su esquema de colores y espesores se encuentran en la Tabla (1).

Tabla 1: Elección de materiales para el caso 1D

Material	color (diagrama)	Espesor $a = 4$ [nm]	$a = 8$ [nm]
A : SiO_2	Rojo	255	128
B : TiO_2	Azul	164	82
C : Al_2O_3	Verde		113
D : HfO_2	Amarillo		100

Para el caso bidimensional lo que se hace es plantear el tamaño de la celda unitaria 680 nm y definir que porcentaje de espacio de la celda ocupa cada capa, en este caso las capas tienen el mismo espesor, equivalente

a 0.25 % del total de la celda unitaria.

4.2. Herramientas de simulación

Existe una plétora de métodos para la simulación de las propiedades electromagnéticas de este tipo de arreglos dieléctricos, por ejemplo, el *método de expansión de onda plana* (PWEM), *diferencias finitas en el dominio del tiempo* (FDTD) y *elemento finito* entre otros [Bellingeri et al., 2017], todos estos métodos numéricos. Una de las particularidades de los casos unidimensionales es la posibilidad de obtener soluciones analíticas mediante formalismos matriciales, siendo el método tradicional llamado *Matriz de transferencia*, y cuya demostración e implementación puede ser hallada en las referencias [Escorcia-García et al., 2017, Bellingeri et al., 2017]. A groso modo el modelo matemático busca resolver una ecuación diferencial de segundo orden de forma analítica, donde el resultante es la matriz de transferencia M , (4), que asocia el índice de refracción n_i , con el espesor de la capa l_i ; todo esto con las propiedades del sistema mismo, como son el ángulo de incidencia θ , y el índice de refracción del medio sobre el cual se propaga la onda originalmente, n_0 . Una vez calculadas las matrices asociadas a cada uno de los materiales es cuestión de realizar una multiplicación de estas en el orden inverso de aparición en la secuencia de letras para obtener la matriz total, M_T , de donde es posible extraer la información necesaria del cristal. Por ejemplo para un caso periódico AB la matriz total queda expresada como (6)

$$M = \begin{bmatrix} \cos(n_i l_i f_n) & \frac{\sin(n_i l_i f_n)}{n_i f_n} \\ -n_i f_n \sin(n_i l_i f_n) & \cos(n_i l_i f_n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde

$$f_n = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_0 \sin \theta}{n_i} \right)^2} \quad (5)$$

$$M_T = M_A * M_B * M_A * M_B \dots \quad (6)$$

La ecuación (4) representa una matriz asociada a cada capa individual de nuestro sistema unidimensional; si tuviéramos 3 capas distintas, tendríamos 3 matrices distintas. Finalmente, (6) representa el esquema matemático en el cual "unimos" las matrices de cada capa, mediante una multiplicación matricial de estas. Para efectos de este trabajo la herramienta de cálculo es una variante de la matriz de transferencia denominada *Matriz de dispersión*, cuya principal ventaja sobre el método tradicional es la corrección de errores numéricos y estabilidad cuando se analizan sistemas extensos, de decenas de capas,

su desarrollo matemático puede ser consultado en los anexos de la siguiente cita [Tun-Carrillo, 2023].

Los casos bidimensionales y tridimensionales son estudiados de forma estandar mediante el uso de FDTD. El uso de esquemas de diferencias finitas para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales no son nada nuevo, pero para las décadas de los 60's y 70's la necesidad de simular fenómenos electromagnéticos complejos llevó a la búsqueda de métodos numéricos eficientes. Durante esta época, se comenzaron a establecer las bases de la discretización en el tiempo y el espacio con el trabajo de Kane Yee en 1966, [Yee, 1966]. A lo largo de la década el método fue siendo refinado de a poco hasta 1980 cuando Allen Taflove, además de bautizar al método con la abreviatura de FDTD, muestra lo que se considera la primera versión completa de la formulación matemática [Taflove, 1980].

Matemáticamente el método es extenso, de forma simplista el modelo busca reducir la ecuación de una onda que se propaga, EDP de segundo orden, a un caso de primer orden y puramente numérico. El proceso empieza de las ecuaciones de Maxwell dentro de un medio isotópico, (7,8).

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (8)$$

$$(9)$$

Usando las identidades de a permitividad magnética $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, la permeabilidad eléctrica $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ y la densidad de corriente $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, las ecuaciones (7,8) dan lugar a las relaciones.

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \mathbf{E} - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{H} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (11)$$

A partir de aquí el desarrollo conlleva el uso de aproximaciones centrales para las derivadas parciales, algo que es reminiscente de la derivada clásica, en donde se puede aproximar una derivada parcial de la forma.

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial a} = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j-1}}{2\delta a} \quad (12)$$

El desarrollo de esto lleva a una segmentación del espacio y su estudio de este con el tiempo como la variable principal de acción de cambio. Para más detalles sobre la formulación matemática se puede consultar el libro "*Fundamentals of Optical Waveguides*" del autor Katsunari Okamoto, [Okamoto, 2006]. Para nuestro ejemplo, implementamos el uso del software comercial COMSOL

y su paquete de ondas electromagnéticas para estudiar el cristal y sus propiedades.

4.3. Modos de propagación

La luz es un fenómeno complejo de explicar matemáticamente, un problema que se tiene al momento de simular estos sistemas es el introducir la *orientación* de la luz. En palabras sencillas, cuando la luz incide en el cristal los campos eléctrico y magnético que forman a la luz están orientados de alguna manera, por ejemplo el campo eléctrico puede estar apuntando hacia arriba o quizás está recostado y se mueve de forma horizontal, esto se llama *polarización*. La clasificación de los modos electromagnéticos en TE (Transversal Eléctrico) y TM (Transversal Magnético) surge de la necesidad de describir la propagación de ondas en medios guiados y estructuras periódicas, como las usadas en simulaciones de cristales fotónicos, [Joannopoulos et al., 2008]. Para nuestro esquema consideramos que los modos se clasifican como:

- Modo TM (Transversal Magnético): El campo eléctrico \mathbf{E} no tiene componente en la dirección de propagación, es decir, $E_z = 0$ en el caso de una onda propagándose en la dirección z .
- Modo TE (Transversal Eléctrico): El campo magnético \mathbf{H} no tiene componente en la dirección de propagación, es decir, $H_z = 0$.

Los ejemplos que se muestran más adelante son hechos para el modo TE, donde se considera que la componente E_z del campo eléctrico sale de la pantalla hacia el lector.

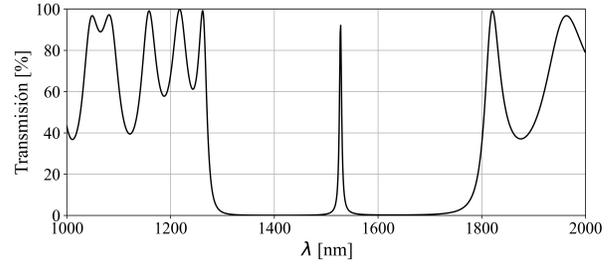
5. Resultados

5.1. Caso 1D

En un rango de 1000 a 2000 nm en longitud de onda, la curva de transmisión muestra la formación de una zona prohibida centrada en 1500 nm, de igual forma, a esta longitud se aprecia la aparición de un pico obtuso que rompe con la tendencia, Fig.(5a), denominado *modo de transmisión*. Los modos de transmisión pueden ser clasificados de forma cuantitativa mediante el *factor de calidad*, Q , que mide la relación entre la frecuencia resonante, ν_0 , y el ancho de banda medido a la mitad de la altura, $\delta\nu$.

$$Q = \frac{\nu_0}{\delta\nu} \quad (13)$$

(a)



(b)

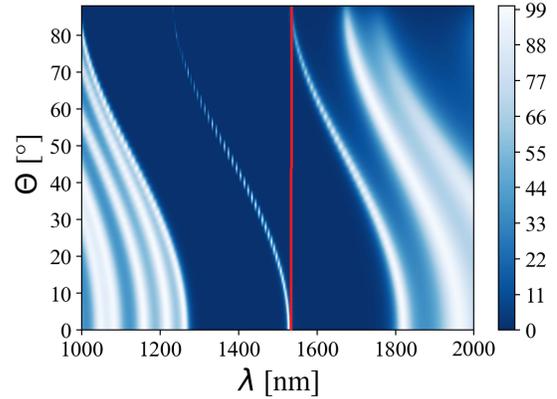


Figura 5: (a) Curva de transmisión para el cristal 1D en incidencia normal y modo TE. (b) Diagrama de transmisión para el ángulo de incidencia en el modo TE, en rojo se muestra la banda omnidireccional.

Un factor de calidad alto es indicativo de mayor resonancia para dicha longitud de onda, en muchos casos, incluyendo el que aquí se presenta, incrementar el factor de calidad es cuestión de aumentar el tamaño de los espejos a los lados, esto causa que la sección cuasi-periódica se comporte como un *defecto* que introduce este tipo de frecuencias en el ancho de banda prohibido. Este fenómeno es altamente utilizado en la creación de sensores [Abohassan et al., 2021], siendo que este tipo de picos son sensibles al índice de refracción del medio y demás variables.

Los modos de transmisión acarrean consigo una alta tasa de probabilidad de generar un efecto denominado *Localización espacial selectiva*, esto es, que el perfil del campo eléctrico queda reducido a zonas específicas dentro del cristal, Fig.(6b), cuando esto sucede, como es en nuestro caso, se tiene que existe una zona dentro del cristal en donde el perfil del campo tiene más de 3×10^5 veces la intensidad que el campo incidente. El hecho de que el campo tenga una intensidad mayor no implica alguna violación a la conservación de la energía, en cambio, debe de ser vista como muestra de una mayor densidad de fotones presentes en ese punto específico. Diversos autores han propuesto la posibilidad de usar estos casos

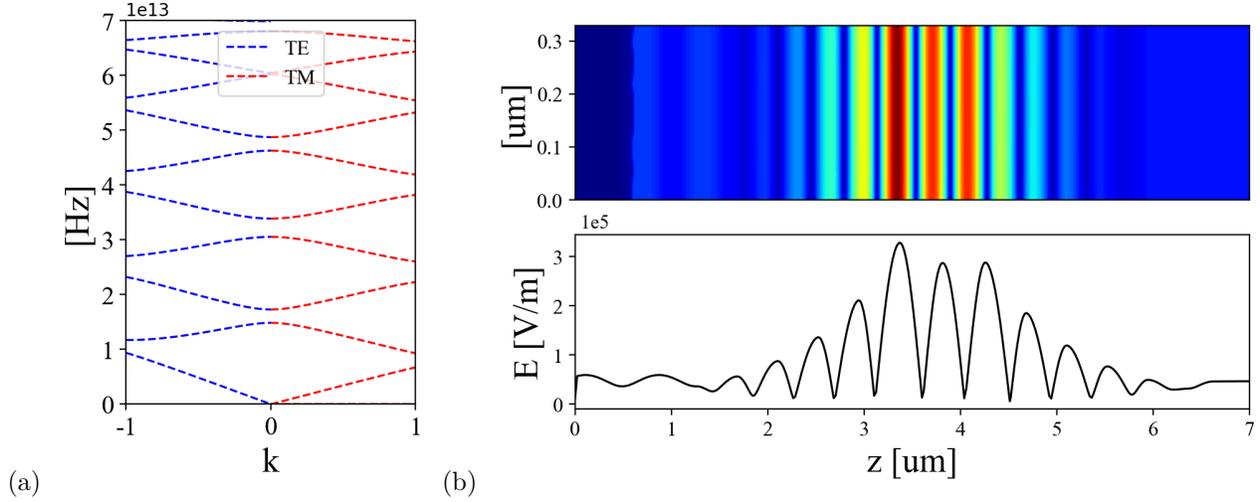


Figura 6: (a) Diagrama de dispersión para el caso unidimensional, en azul se muestran las bandas del modo TE y en rojo las del modo TM. (d) Perfil del campo eléctrico dentro del cristal, arriba, y la curva del perfil del campo, abajo.

de localización selectiva con el fin de generar dispositivos láser altamente monocromáticos a bajos costos [Panyaev et al., 2021, Yue et al., 2018].

Por su lado, el diagrama de transmisión, Fig.(5b) nos muestra el comportamiento del ancho de banda conforme el ángulo al cual incide la luz se mueve entre 0 y 90 grados, es común observar que conforme el ángulo incrementa la curva de transmisión se desplace hacia el rango visible, distintas configuraciones del cristal llevan a un efecto mayor o menor. Otro aspecto que es revelado en el diagrama de transmisión es la zona de omnidireccionalidad, mostrada en rojo en Fig.(5b), representa el rango de frecuencias que son totalmente reflejadas independientemente del ángulo de incidencia, esencialmente, para ese rango de frecuencias se tiene un espejo omnidireccional que usualmente son usados en aplicaciones como la fibra óptica y en dispositivos láser.

Finalmente, para el caso 1D, tenemos el *diagrama de dispersión*, Fig.(6a), este diagrama se basa en la teoría de las zonas irreducibles de Brillouin y el Teorema de Bloch aplicado a la fotónica. El diagrama representa los modos de resonancia, las bandas, en base al vector de onda, k , definido por el camino de la zona irreducible. El espacio que se genera entre las bandas es equivalente al ancho de banda prohibido que se observa en el diagrama de transmisión, sin embargo, dado que el diagrama de dispersión calcula los modos TE y TM, es posible definir que el ancho de banda presente en el diagrama de dispersión es un *ancho de banda prohibido total* que es independiente de la polarización de la luz.

Para los casos 1D se da por hecho la existencia de un ancho de banda prohibido total, y sí bien el modo TM tiende a ser más pequeño que el modo TE conforme se in-

crementa el ángulo de incidencia, lo inusual es la falta de un gap total. Para los casos 2D, sin embargo, lo inusual es la existencia de un gap total, siendo común tener un ancho de banda prohibido para los modos TE o TM, en muy pocas ocasiones ambos [Wen et al., 2008, Starczewska and Kepinska, 2024], comúnmente encontrados en sistemas donde la celda unitaria se reduce a un caso hexagonal.

5.2. Caso 2D

Contrario al caso unidimensional, en los casos 2D se inicia con el diagrama de dispersión, Fig.(7). Lo primero de notar, es la falta de simetría entre ambos casos y el uso de una nomenclatura especial para definir el camino que sigue el vector de onda k , aunque a groso modo puede ser definido como un un rango de 0 a 3 una vez normalizado respectivamente.

El diagrama de bandas nos muestra una sección estrecha del modo TE en donde se crea un ancho de banda prohibido, el caso TM por su lado solo presenta un ancho de banda parcial antes de ser cortado por dos bandas que se cierran en χ . Si bien el cristal no muestra indicios de ser útil como un posible espejo omnidireccional, el diagrama de dispersión muestra dos aspectos interesantes, el primero se encuentra en las intersecciones entre las bandas, este tipo de intersecciones se llaman *Puntos de Dirac*; haciendo analogía con la teoría electrónica, dichos puntos llevan consigo posibles efectos de resonancia al implicar que dos modos, uno energicamente mas alto que el otro, ocupan el mismo espacio. Uno de los efectos más estudiados en este tipo de puntos es el efecto de *Índice cero*, que es cuando el índice colectivo del cristal

pareciera hacerse cero ó casi cero [Ashraf and Faryad, 2016, Vertchenko et al., 2021]. Las implicaciones de esto es cualquier onda incidente en el material, su vector de propagación se hace infinito, lo que causa que la luz que entra al material pierda direccionalidad causando que a la salida del cristal toda onda salga como un tren de ondas plano. Por su puesto, este fenómeno no es fácil de demostrar y dada la geometría de nuestro ejemplo muy poco probable.

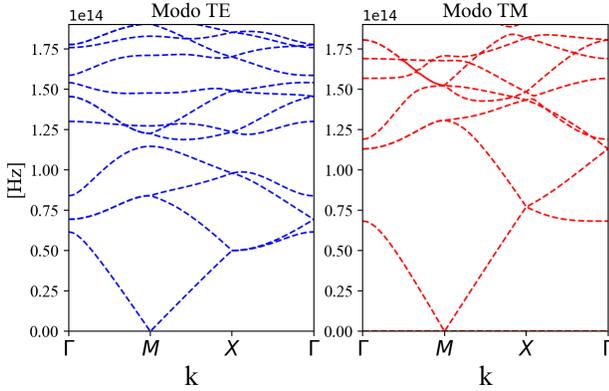


Figura 7: Diagrama de dispersión para el cristal fotónico bidimensional, en azul se muestra el modo TE y en rojo el modo TM.

El segundo fenómeno es una serie de bandas a $1.25, 1.5$ y $1.75e14$ Hz estas bandas presentan una morfología *plana*, al menos hasta χ , y especialmente la primera banda cercana a $1.25e14$ Hz, ≈ 2400 nm. Este comportamiento plano suele asociarse a un efecto de guía de onda en este tipo de dispositivos, para comprobarlo simulamos un cristal finito y hacemos incidir un tren de ondas circulares, haz gaussiano, lo que se espera es que el campo eléctrico tienda a mantenerse confinado al interior del cristal y viaje a lo largo de este.

En las Fig. (8) se observa que si mantenemos el ancho de un cristal finito a 6 celdas unitaria, pero incrementamos el largo del cristal, de 6 celdas unitarias a 12 y 24 celdas unitarias de largo, el perfil del campo eléctrico tiende a mantenerse confinado al interior del cristal antes de finalmente ser enfocado a la salida de este en un punto que nuevamente se comporta como un haz gaussiano. Esto es lo que se conoce como un efecto de guía de onda, y permite poder controlar de forma precisa el camino que sigue la onda electromagnética al propagarse dentro de un medio. En este ejemplo, se observa que para el caso de 24 capas la onda que sale del cristal no es tan definida como en los primeros dos casos, similarmente, el encapsulamiento de la onda dentro del cristal no es totalmente efectiva como se observa en los tres casos, siendo que parte del campo escapa en los bordes laterales del cristal, todo esto sin embargo son parte del problema de la ingeniería de las guías de onda, un ajuste en los espesores de los materiales, rango de

trabajo o incluso la selección de materiales daría lugar a un mejor resultado.

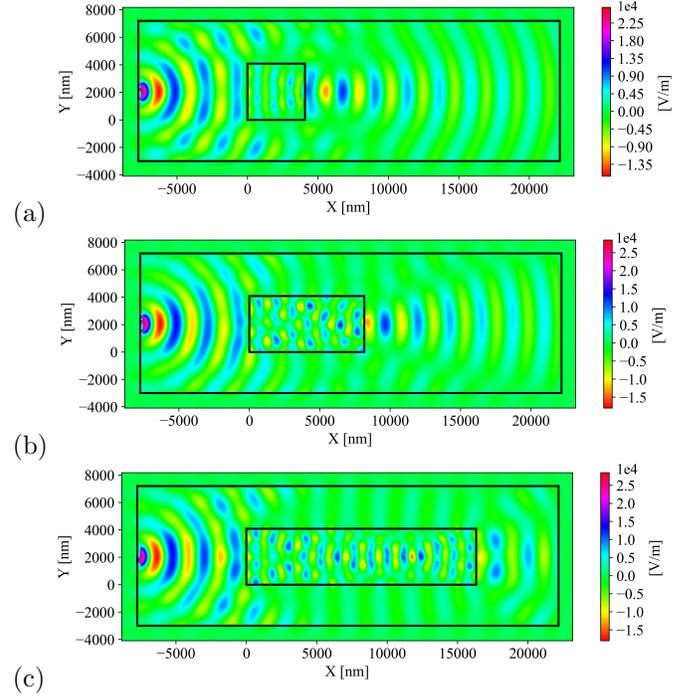


Figura 8: Perfil de la componente z del campo eléctrico al incidir una onda $1.35e14$ Hz (2220 nm) en un cristal bidimensional de (a) 6x6 celdas unitarias, (b) 12x6, (c) 24x6.

Intentando explotar el efecto de focalización que se genera con el cristal, se hace una incisión a la cara izquierda de la estructura cuadrada, de tal forma que se tenga lo que asemeja a una lente cóncava desde la perspectiva de la fuente. Haciendo eso, se obtiene una lente a la cual hacemos incidir una onda gaussiana de $1.98e14$ Hz ≈ 1514 nm, se genera un patrón de onda plana a la salida de dicha lente, Fig.(9a). Como es de esperarse, el tren de onda a la salida de la lente presenta una estructura plana, la Fig.(9b) muestra que a cierta distancia del lente, haciendo énfasis en el tren de onda plano, la estructura presenta una alta localización del campo eléctrico en el centro del tren de onda.

Conclusiones

Las estructuras periódicas y cuasiperiódicas permite controlar las propiedades ópticas de los cristales fotónicos. Tanto en 1D como en 2D, el diseño adecuado de los materiales y las geometrías dan lugar a comportamientos deseados, como la aparición de brechas fotónicas y modos de transmisión resonante. Dichos sistemas presentan aplicaciones potenciales en áreas como las fibras ópticas, guías de onda y sensores. El control de la propagación de la luz puede ser clave para mejorar la eficiencia

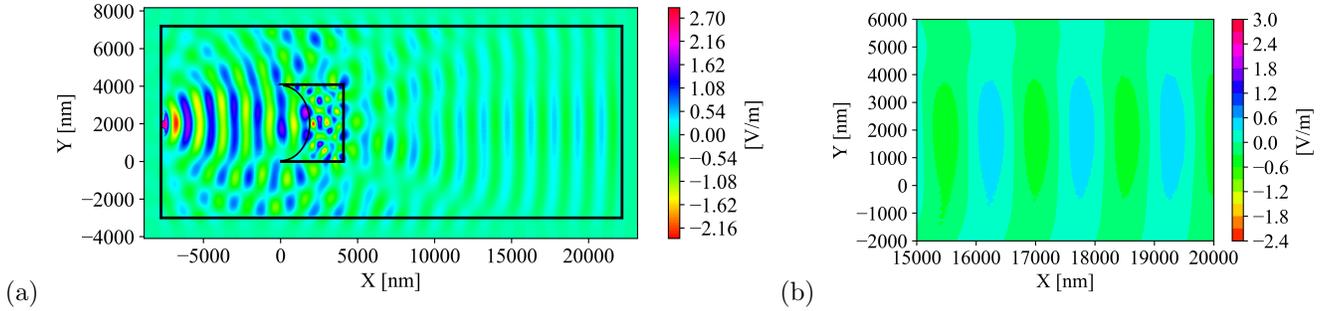


Figura 9: (a) Perfil de la componente z del campo eléctrico para una onda de $1.98e14$ Hz que incide sobre una lente cóncava hecha a partir del cristal 2D de 6×6 unidades. (b) Sección del perfil del campo eléctrico mostrando un frente de onda plano.

en telecomunicaciones, láseres y sensores ópticos de alta precisión.

Las simulaciones realizadas con herramientas como FDTD (Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo) y la Matriz de Transferencia, estas técnicas permiten obtener resultados precisos sobre la interacción de la luz con los materiales, permitiendo estudiar detalladamente la propagación de luz a través de estos cristales.

En este trabajo presentamos las serie de decisiones que se toman cuando se trata de diseñar un cristal 1D y 2D. En nuestro ejemplo 1D recalamos la importancia de introducir *defectos* a la estructura periódica del cristal con el fin de obtener modos de transmisión que acarreen consigo posibilidades de alta localización espacial selectiva. De igual forma el ejemplo 1D mostró ser un candidato ideal para su aplicación como un sensor en el espectro del infrarrojo cercano, sin embargo no presenta un ancho de banda prohibido a lo largo del diagrama del ángulo de incidencia lo tacha su posible aplicación como un espejo omnidireccional.

El ejemplo 2D presenta un diagrama de dispersión interesante, pero que a efectos de este trabajo no son estudiados en alto detalle. Sin embargo, un efecto que

logramos presentar es su uso como una guía de onda para canalizar el campo eléctrico incidente a lo largo de la estructura, con mínimas fugas de energía a lo largo de la estructura. Aprovechando el efecto de localización que se logró con el cristal, se propuso un diseño simple de lente cóncava con el cual se logró dispersar una onda circular incidente en un tren de onda bastante plano, el cual presentaba la peculiaridad de tener una sección altamente localizada y definida en el centro de esta.

Las dimensiones, uso de materiales y rango de longitud de onda presentados en este trabajo corresponden con los rango de trabajo necesarios para generar estructuras que se ajustan a las necesidades del rango de longitud de onda de las telecomunicaciones, sin embargo, este tipo de cristales son altamente escalables, incluyendo nuestros ejemplos, para un diverso rango de frecuencias.

Agradecimientos

El autor Marco A. Tun Carrillo con CVU 1147993 agradece a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) por el apoyo económico otorgado mediante la beca de Posgrado Nacional.

Referencias

- [Abohassan et al., 2021] Abohassan, K. M., Ashour, H. S., and Abadla, M. M. (2021). A 1d binary photonic crystal sensor for detecting fat concentrations in commercial milk. *RSC Adv.*, 11:12058–12065.
- [Agarwal et al., 2009] Agarwal, V., Mora-Ramos, M. E., and Alvarado-Tenorio, B. (2009). Optical properties of multilayered period-doubling and rudin-shapiro porous silicon dielectric heterostructures. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 7(2):63–68.
- [Araújo et al., 2012] Araújo, C., Vasconcelos, M. S., Mauriz, P., and Albuquerque, E. L. (2012). Omnidirectional band gaps in quasiperiodic photonic crystals in the thz region. *Optical Materials*, 35:18–24.
- [Ashraf and Faryad, 2016] Ashraf, M. W. and Faryad, M. (2016). On the mapping of dirac-like cone dispersion in dielectric photonic crystals to an effective zero-index medium. *J. Opt. Soc. Am. B*, 33(6):1008–1013.

- [Baker et al., 2015] Baker, J. E., Sriram, R., and Miller, B. L. (2015). Two-dimensional photonic crystals for sensitive microscale chemical and biochemical sensing. *Lab Chip*, 15:971–990.
- [Bellingeri et al., 2017] Bellingeri, M., Chiasera, A., Kriegel, I., and Scotognella, F. (2017). Optical properties of periodic, quasi-periodic, and disordered one-dimensional photonic structures. *Optical Materials*, 72:403–421.
- [Bitá, 2006] Bitá, I. (2006). Breaking symmetries in ordered materials : spin polarized light transport in magnetized noncentrosymmetric 1d photonic crystals, and photonic gaps and fabrication of quasiperiodic structured materials from interference lithography.
- [Broeng et al., 1999] Broeng, J., Mogilevstev, D., Barkou, S. E., and Bjarklev, A. (1999). Photonic crystal fibers: A new class of optical waveguides. *Optical Fiber Technology*, 5:305–330.
- [Else et al., 2019] Else, D., Ho, W., and Dumitrescu, P. (2019). Long-lived interacting phases of matter protected by multiple time-translation symmetries in quasiperiodically driven systems. *Physical Review X*.
- [Escorcia-García et al., 2017] Escorcia-García, J., Becerra-García, D., and Mora-Ramos, M. E. (2017). Spatial localization of electromagnetic modes in noise-like random one-dimensional dielectric heterostructures. *J. Opt. Soc. Am. B*, 34(2):507–515.
- [Gao et al., 2012] Gao, L., Lemarchand, F., and Lequime, M. (2012). Exploitation of multiple incidences spectrometric measurements for thin film reverse engineering. *Opt. Express*, 20(14):15734–15751.
- [Golay, 1951] Golay, M. (1951). Static multislit spectrometry and its application to the panoramic display of infrared spectra. *J. Opt. Soc. America*, 41:468–472.
- [Ha et al., 2009] Ha, S., Sukhorukov, A., Dossou, K., Botten, L., Sterke, C., and Kivshar, Y. (2009). Bloch-mode extraction from near-field data in periodic waveguides. *Optics letters*, 34:3776–8.
- [Huang et al., 2019] Huang, Y., Wang, Y., Zhang, L., Shao, Y., Zhang, F., Liao, C., and Wang, Y. (2019). Tunable electro-optical modulator based on a photonic crystal fiber selectively filled with liquid crystal. *Journal of Lightwave Technology*, 37:1903–1908.
- [Iwamoto et al., 2016] Iwamoto, S., Takahashi, S., Tajiri, T., and Arakawa, Y. (2016). Semiconductor three-dimensional photonic crystals with novel layer-by-layer structures. *Photonics*, 3(2).
- [Joannopoulos et al., 2008] Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., and Meade, R. D. (2008). *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light - Second Edition*. Princeton University Press, rev - revised, 2 edition.
- [John, 1987] John, S. (1987). Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2486–2489.
- [Kyaw et al., 2020] Kyaw, C., Yahiaoui, R., Chase, Z. A., Tran, V., Baydin, A., Tay, F., Kono, J., Manjappa, M., Singh, R., Abeyasinghe, D. C., Urbas, A. M., and Searles, T. A. (2020). Guided mode resonances in flexible 2d thz photonic crystals.
- [Li et al., 2020] Li, Y., Xin, H., Zhang, Y., and Li, B. (2020). Optical fiber technologies for nanomanipulation and biodetection: A review. *Journal of Lightwave Technology*, PP:1–1.
- [Lipson and Lu, 2009] Lipson, R. and Lu, C. (2009). Photonic crystals: A unique partnership between light and matter. *EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS Eur. J. Phys.*, 30:33–48.
- [Liu et al., 2019] Liu, W., Ma, H., and Walsh, A. (2019). Advance in photonic crystal solar cells. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*.
- [Moretti et al., 2006] Moretti, L., Rea, I., Rotiroli, L., Rendina, I., Abbate, G., Marino, A., and De Stefano, L. (2006). Photonic band gaps analysis of thue-morse multilayers made of porous silicon. *Opt. Express*, 14(13):6264–6272.
- [Nishida et al., 2002] Nishida, S., Ohtsuka, S., and Parker, A. (2002). Functional morphology and food habits of deep-sea copepods of the genus cephalophanes (calanoida: Phaennidae): Perception of bioluminescence as a strategy for food detection. *Marine Ecology-progress Series - MAR ECOL-PROGR SER*, 227:157–171.

- [Noda et al., 2017] Noda, S., Kitamura, K., Okino, T., Yasuda, D., and Tanaka, Y. (2017). Photonic-crystal surface-emitting lasers: Review and introduction of modulated-photonic crystals. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 23:1–7.
- [Notomi et al., 2004] Notomi, M., Suzuki, H., Tamamura, T., and Edagawa, K. (2004). Lasing action due to the two-dimensional quasiperiodicity of photonic quasicrystals with a penrose lattice. *Physical review letters*, 92 12:123906.
- [Okamoto, 2006] Okamoto, K. (2006). Chapter 7 - beam propagation method. In Okamoto, K., editor, *Fundamentals of Optical Waveguides (Second Edition)*, pages 329–397. Academic Press, Burlington, second edition edition.
- [Panyaev et al., 2021] Panyaev, I. S., Sannikov, D. G., Dadoenkova, N. N., and Dadoenkova, Y. S. (2021). Energy flux optimization in 1d multiperiodic four-component photonic crystals. *Optics Communications*, 489:126875.
- [Portosi et al., 2019] Portosi, V., Laneve, D., Falconi, M., and Prudenzano, F. (2019). Advances on photonic crystal fiber sensors and applications. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 19.
- [Qiu et al., 2004] Qiu, F., Peng, R. W., Huang, X. Q., Hu, X. F., Wang, M., Hu, A., Jiang, S. S., and Feng, D. (2004). Omnidirectional reflection of electromagnetic waves on thue-morse dielectric multilayers. *Europhys. Lett.*, 68(5):658–663.
- [Rahimi, 2016] Rahimi, H. (2016). Analysis of photonic spectra in thue-morse, double-period and rudin-shapiro quasiregular structures made of high temperature superconductors in visible range. *Optical Materials*, 57:264–271.
- [Robinson and Nakkeeran, 2013] Robinson, S. and Nakkeeran, R. (2013). Photonic crystal ring resonator based optical filters. In Passaro, V. M., editor, *Advances in Photonic Crystals*, chapter 1. IntechOpen, Rijeka.
- [Rudin, 1959] Rudin, W. (1959). Some theorems on fourier coefficients. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 10:855–859.
- [Sbroscia et al., 2020] Sbroscia, M., Viebahn, K., Carter, E., Yu, J.-C., Gaunt, A. L., and Schneider, U. (2020). Observing localization in a 2d quasicrystalline optical lattice. *Physical review letters*, 125 20:200604.
- [Shapiro, 1951] Shapiro, H. (1951). Extremal problems for polynomials and power series. Master’s thesis, MIT.
- [Sharma and Hiremath, 2023] Sharma, D. and Hiremath, S. S. (2023). Design of euplectella aspergillum based bionic thin tubes for impact absorbing application under different loading conditions. *Journal of Materials Research and Technology*, 23:3790–3810.
- [Shechtman et al., 1984] Shechtman, D., Blech, I., Gratias, D., and Cahn, J. W. (1984). Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 53:1951–1953.
- [Siefke et al., 2016] Siefke, T., Kroker, S., Pfeiffer, K., Puffky, O., Dietrich, K., Franta, D., Ohlídal, I., Szeghalmi, A., Kley, E.-B., and Tünnermann, A. (2016). Materials pushing the application limits of wire grid polarizers further into the deep ultraviolet spectral range. *Advanced Optical Materials*, 4(11):1780–1786.
- [Starczewska and Kepinska, 2024] Starczewska, A. and Kepinska, M. (2024). Photonic crystal structures for photovoltaic applications. *Materials*, 17(5).
- [Taflove, 1980] Taflove, A. (1980). Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady-state electromagnetic-penetration problems. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-22(3):191–202.
- [Tun-Carrillo, 2023] Tun-Carrillo, M. A. (2023). Estudio de la propagación de la luz en heteroestructuras basadas en multicapas de óxidos metálicos. Master’s thesis, Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- [Vertchenko et al., 2021] Vertchenko, L., DeVault, C., Malureanu, R., Mazur, E., and Lavrinenko, A. (2021). Near-zero index photonic crystals with directive bound states in the continuum. *Laser & Photonics Reviews*, 15(7):2000559.
- [Vyunishchev et al., 2017] Vyunishchev, A., Pankin, P., Svyakhovskiy, S., Timofeev, I., and Vetrov, S. (2017). Quasiperiodic one-dimensional photonic crystals with adjustable multiple photonic bandgaps. *Optics letters*, 42 18:3602–3605.

- [Wang et al., 2022] Wang, H., Yu, B., Cai, D., and Chen, K. (2022). Magneto-optical goos-hänchen displacement in quasiperiodic gradient 1d photonic crystal. *physica status solidi (b)*, 259.
- [Wang et al., 2005] Wang, Y., Jian, S., Han, S., Feng, S., Feng, Z., Cheng, B., and zhong Zhang, D. (2005). Photonic band-gap engineering of quasiperiodic photonic crystals. *Journal of Applied Physics*, 97:106112.
- [Wen et al., 2008] Wen, F., David, S., Checoury, X., Kurdi, M. E., and Boucaud, P. (2008). Two-dimensional photonic crystals with large complete photonic band gaps in both te and tm polarizations. *Opt. Express*, 16(16):12278–12289.
- [Wijaya et al., 2024] Wijaya, D. T., Eo, Y. J., Do, Y. R., and Lee, C. W. (2024). Photonic crystal-integrated semitransparent solar cell for solar greenhouse application. *International Journal of Energy Research*.
- [Wood and Nassau, 1982] Wood, D. L. and Nassau, K. (1982). Refractive index of cubic zirconia stabilized with yttria. *Appl. Opt.*, 21(16):2978–2981.
- [Yablonovitch, 1987] Yablonovitch, E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2059–2062.
- [Yablonovitch, 2007] Yablonovitch, E. (2007). Photonic crystals : What’s in a name? *Optics & Photonics News*, 18:12–13.
- [Yablonovitch et al., 1991] Yablonovitch, E., Gmitter, T. J., and Leung, K. M. (1991). Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 67:2295–2298.
- [Yee, 1966] Yee, K. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3):302–307.
- [Yeh et al., 1977] Yeh, P., Yariv, A., and Hong, C.-S. (1977). Electromagnetic propagation in periodic stratified media. i. general theory*. *J. Opt. Soc. Am.*, 67(4):423–438.
- [Yue et al., 2018] Yue, C., Tan, W., and Liu, J. (2018). Photonic band gap properties of one-dimensional thue-morse all-dielectric photonic quasicrystal. *Superlattices and Microstructures*, 117:252–259.
- [Zhang et al., 2013] Zhang, H.-F., Liu, S.-B., and Kong, X.-K. (2013). Enlarged omnidirectional band gap in one-dimensional plasma photonic crystals with ternary thue–morse aperiodic structure. *Physica B: Condensed Matter*, 410:244–250.
- [Zhi-Fang et al., 2005] Zhi-Fang, F., Shuai, F., Kun, R., Zhi-Yuan, L., Bing-ying, C., and Dao-zhong, Z. (2005). Complete band-gap in two-dimensional quasiperiod photonic crystals with hollow cylinders. *Chinese Physics Letters*, 22:1941 – 1943.