

# Modelación estocástica del nivel freático en pozos de la ciudad de Mérida, Yucatán, México

Zetina-Moguel C.E.<sup>1,\*</sup>, Sánchez y Pinto I.<sup>1</sup>, González-Herrera R.<sup>1</sup>, Osorio-Rodríguez J.H.<sup>1</sup>, Barceló-Quintal I.D.<sup>2</sup> y Méndez-Novelo R.I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán. Avenida de industrias no contaminantes y periférico norte s/n. Mérida, Yucatán, México.

<sup>2</sup>Universidad Autónoma Metropolitana–Azcapotzalco, área de Química y Físico-química Ambiental, División de Ciencias Básicas e Ingeniería. Av. San Pablo No. 180, Col. Reynosa Tamaulipas, C.P. 02200. Delegación Azcapotzalco, CDMX.

Fecha de recepción: 25 de enero de 2018 – Fecha de aprobación: 09 de mayo de 2018

## RESUMEN

La ciudad de Mérida Yucatán está situada a una altura de aproximadamente 9 msnmm. En estas condiciones las variaciones en los niveles del agua subterránea, debidas a la respuesta del acuífero durante eventos climatológicos extremos como huracanes, se convierten en un elemento de riesgo para la infraestructura urbana; en particular para los desarrollos ingenieriles, que requieren excavaciones profundas, que contemplan la base del piso terminado cercano al nivel freático. En este trabajo se analizan las cargas hidráulicas máximas en pozos del área metropolitana de la Ciudad de Mérida, Yucatán, durante un período comprendido entre 1982 y 2014. El análisis se hace mediante la modelación estocástica de eventos extremos. Se estimaron los parámetros de los modelos de funciones de distribución de probabilidad para valores extremos, y se hicieron pruebas de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling). El resultado indica que el modelo que presenta el mejor ajuste es el Log-Gamma con parámetros  $\alpha = 3.5547995$  y  $\beta = 6.5128622$ . Con este modelo se realizaron simulaciones para períodos de retorno de 25, 50 y 75 años, obteniendo incrementos en la carga hidráulica de 3.13 m, 3.63 m y 3.94 m, respectivamente. Lo anterior pone de manifiesto el riesgo que corre, por las posibles inundaciones, la infraestructura urbana subterránea.

**Palabras clave:** modelación estocástica, eventos extremos, acuífero cárstico, infraestructura urbana.

## Stochastic Modeling of the Water Table in Wells of Mérida City, Yucatán, México

### ABSTRACT

The city of Merida, Yucatan, is located at an altitude of 9 masl, approximately; in these conditions the variations in groundwater levels, due to the response of the aquifer during

---

\*zmoguel@correo.uady.mx

Nota: Este artículo de investigación es parte de Ingeniería–Revista Académica de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, Vol. 22, No. 2, 2018, ISSN: 2448-8364.

extreme climatologic events such as hurricanes, become an element of risk for urban infrastructure; in particular for engineering developments, which require deep excavations, with final floor base close to the water table. This paper discusses the analysis of peak hydraulic heads in wells in the metropolitan area of Merida City, Yucatan, during a period from 1982 to 2014. The analysis was carried out by means of the stochastic modelling of extreme events. The parameters of probability distribution function models were estimated to extreme values and goodness of fit tests (Kolmogorov-Smirnov and Anderson-Darling) were also carried out. The result indicates that the Log-Gamma model presents the best fit with parameters  $\alpha = 3.5547995$  and  $\beta = 6.5128622$ . Simulations were performed using this model for return periods of 25, 50 and 75 years, getting hydraulic heads increments of 3.13 m, 3.63 m and 3.94 m, respectively. The above highlights the risk that runs the underground urban infrastructure associated to possible floods.

**Keywords:** stochastic modelling, extreme events, karstic aquifer, urban infrastructure.

## INTRODUCCIÓN

La ciudad de Mérida está ubicada al norte de la península de Yucatán, en la región central de una planicie kárstica delimitada por una formación conocida como el anillo de cenotes (Perry *et al.* 1995, Pope *et al.* 1996). La altura promedio de la superficie del terreno en metros sobre el nivel medio del mar (msnm) es de aproximadamente 9 m. La fisiografía que subyace a la ciudad, en la zona insaturada y en la saturada, está formada de horizontes kársticos en los que ocurren flujos de manera preferencial. Estos horizontes kársticos son cavidades de centímetros de espesor que se extienden de manera discontinua y pueden estar comunicados con cavernas (Figura 1). Tres de estos horizontes kársticos se han detectado en los primeros 15 metros de profundidad, debajo del nivel del terreno. Dos de ellos se localizan en la zona insaturada y otro en la zona saturada entre los 12 y 13 m de profundidad. Subyaciendo a este material calcáreo, se encuentra una caliza semi consolidada formada por foraminíferos y una

arenisca calcárea por donde el flujo subterráneo fluye de manera difusa, dando lugar a la característica dual de este sistema acuífero (Sánchez y Pinto *et al.* 2005).

Tradicionalmente las obras de ingeniería en la ciudad no requerían de excavaciones profundas; sin embargo, en los últimos años, se ha incrementado la construcción de este tipo de obras. Dada la proximidad del nivel freático a la superficie del terreno, de 4.8 a 7 m, en un transecto de norte a sur respectivamente, existe el riesgo que ocurra un ascenso extraordinario del nivel freático que alcance el nivel de piso terminado de estas obras, provocando anegamiento en ellos. La hidrología de los eventos extremos está enfocada al diseño de obras de control del agua para la protección de la vida humana, de la infraestructura en las zonas urbanas, etc. Para ello, se incorpora el análisis estadístico-probabilístico al comportamiento aleatorio de este tipo de eventos, con el fin de evaluar la probabilidad de que ocurra un evento extremo igual o mayor a aquel para el cual fue diseñada la obra. La presencia de un evento mayor al de diseño trae como consecuencia el fallo de la obra o del sistema. Las obras cuyo

funcionamiento adecuado depende del análisis de la aleatoriedad de la variable, son diseñadas para que funcionen debidamente por un período de tiempo (conocido como período de retorno, TR, siglas en inglés)

durante el cual existe la probabilidad de que se presente un evento que iguale o supere al de diseño (Cullen & Frey 1999; Stephenson A. & E. Gilleland 2006, Delignette-Muller & Dutang 2015).



Figura 1.- En la fotografía se presenta un perfil aflorante donde se señalan los horizontes kársticos (círculos), a diferente profundidad, en la zona no saturada.

El objetivo de este trabajo fue analizar las elevaciones máximas del nivel freático en el área urbana de la ciudad de Mérida, Yucatán, México, mediante modelos probabilísticos utilizados en el análisis de eventos extremos; esto con el fin de proporcionar elementos que permitan a los diseñadores evaluar el riesgo a la inundación de obras construidas por debajo del nivel del terreno. Los datos de mediciones de la carga hidráulica (h) fueron realizadas en tres pozos someros. La longitud total de la serie de tiempo de la variación del nivel freático abarcó un período de tiempo entre 1982 y 2014. Debido a que los datos disponibles son limitados, las inferencias se

apoyan también en métodos de remuestreo, en este caso: bootstrap paramétrico (Cooley 1997, Cullen & Frey 1999; Sáez 2009, Trichakis *et al.* 2011, Delignette-Muller & Dutang 2015).

#### **MÉTODO**

Los datos para el cálculo de la carga hidráulica se obtuvieron de mediciones utilizando sondas piezométricas (medidor de nivel de agua) y, en los últimos años, sensores de presión. La serie de tiempo consiste de un total de 28 datos de valores máximos anuales del nivel freático, los cuales fueron extraídos

de un registro semanal realizado en un periodo de 28 años.

El cálculo de la carga hidráulica se hizo tomando como base el nivel medio del mar reportado por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEGI). Los pozos

dónde se realizaron las mediciones se localizan en la Ex-Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán (EX FIUADY), el Observatorio meteorológico de la ciudad de Mérida (Observatorio), y el Campus de Ciencias Exactas e Ingeniería (FIUADY), (Figura 2).

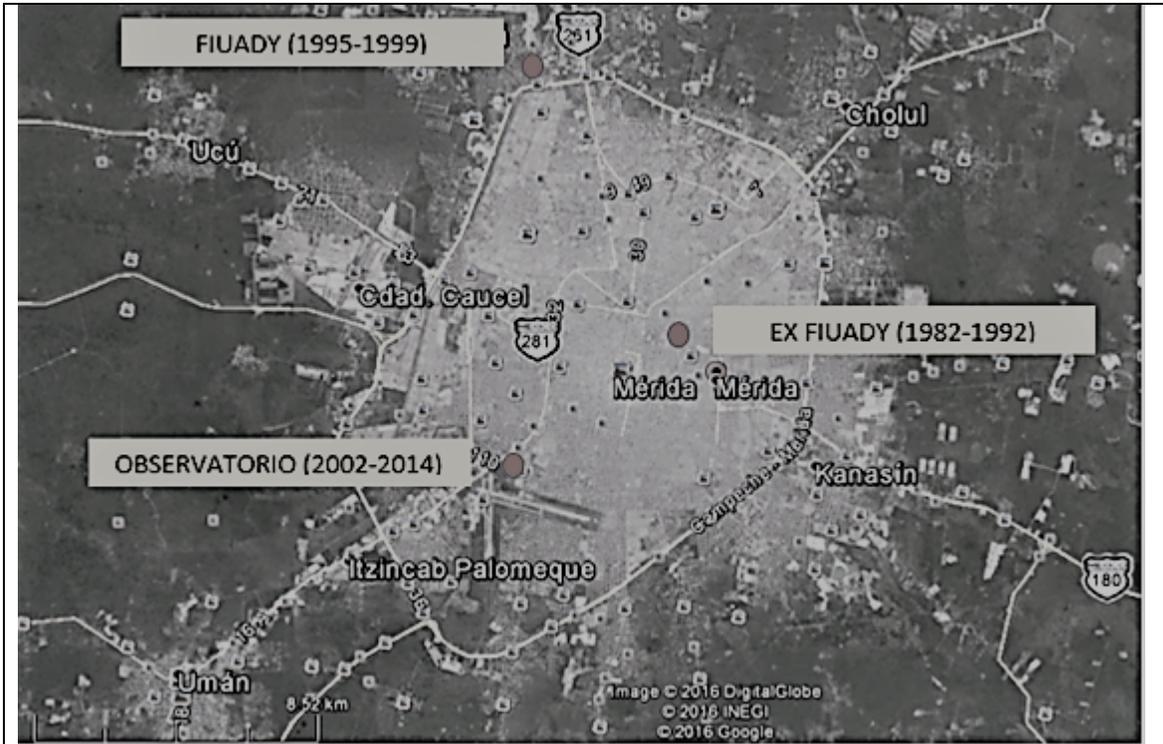


Figura 2.- Ubicación de los pozos de observación en los que se realizaron las mediciones de las elevaciones del nivel freático

El registro en la EX FIUADY (Antigua Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán) se realizó de 1982 a 1992; en el OBSERVATORIO, desde el 2002 al 2014 y en el Campus de Ciencias Exactas e Ingeniería (FIUADY), de 1995 a 1999. Por esta razón, los datos fueron agrupados y se decidió una estrategia de análisis que incluye remuestreo paramétrico (bootstrap). La estrategia general de estimación fue la siguiente:

1.- Preprocesamiento de datos de carga hidráulica y ajuste de las distribuciones de probabilidad utilizadas para el análisis de eventos extremos (Gumbel, Log-Gamma y Weibull) y estimación de parámetros mediante funciones de máxima verosimilitud y la función óptima (fitdistr del paquete MASS: R-project); la distribución Gumbel se ajustó por medio de iteraciones de mínimos cuadrados ponderados usando la función vgam del paquete VGAM de R-project (Yee 2010; Delignette-Muller & Dutang 2015). Las

funciones de distribución se eligieron como resultado de una revisión de literatura (Dupuis 1997, Stephenson & Gilleland 2006, Sáez 2009, Trichakis *et al.* 2011) cuyas fórmulas son las siguientes:

a) Distribución Gumbell

$$f(x, \alpha, \beta) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}} \dots(1)$$

Tomada de Dupuis (1997) y sustituyendo  $\xi$  por  $\alpha$ , y  $\alpha$  por  $\beta$  de la ecuación original (ecuación 2).

b) Distribución Gamma

$$f(x, \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \text{ para } x \in R^+ \dots(2)$$

Donde  $x_i$  = Máximo nivel del acuífero en el  $i$ ésimo año

$\alpha$  = Parámetro de forma

$\lambda$  = Parámetro de escala

Esta distribución es tratada por Sáez (2009) como sinónimo de la Distribución Pearson Tipo III. La función de verosimilitud para la distribución Gamma es:

$$L(x_1, x_2 \dots x_n, \alpha, \lambda) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha, \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\lambda x_i} \dots(3)$$

$x_i$  = Máximo nivel del acuífero en el  $i$ ésimo año

Cuando es Log-Gamma:

$$\log(L) = n * \alpha * \log(\lambda) - n * \log(\Gamma(\alpha)) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log(x_i) - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \dots(4)$$

c) Distribución Weibull

$$f(x, \alpha, \lambda) = \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \text{ para } x \in R^+ \dots(5)$$

Ricci (2005).

2.-Pruebas de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises y Anderson Darling y los criterios de información de Akaike y el Bayesiano) utilizando los parámetros previamente estimados. Las pruebas de bondad de ajuste se hicieron con la función gofstat e incluyeron las pruebas de Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises y el estadístico de Anderson-Darling así como el uso de los criterios de información de Aikaike y Bayesiano (D'Agostino & Stephens 1986, Ricci 2005, Yee 2010).

Se aplicaron las pruebas de bondad de ajuste de D'Agostino & Stephens (1986), sugeridas en Delignette & Dutang (2015), cuyas fórmulas generales se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1.- Fórmulas generales utilizadas para realizar las pruebas de bondad de ajuste (Delignette y Dutang 2015)

<b>Estadístico</b>	<b>Fórmula general</b>
Kolmogorov-Smirnov (KS)	$\sup F_n(x) - F(x) $
Cramer-von Mises (CvM)	$n \int_{-\infty}^{\infty} F_n(x) - F(x)^2 dx$
Anderson-Darling (AD)	$n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_n(x) - F(x)}{F(x)(1 - F(x))}^2 dx$
Donde $F$ es la distribución acumulada y $F_n$ la distribución acumulada empírica.	

3.- Estimación de crecidas para diferentes periodos de retorno de 25, 50 y 75 años utilizando bootstrap paramétrico y la mediana de los parámetros de la distribución teórica de probabilidad con 1000 repeticiones (muestreo aleatorio con reemplazamiento de las observaciones de carga hidráulica; Efron & Tibshirani 1994).

## RESULTADOS

Las pruebas de bondad de ajuste indican que los tres modelos tienen valores de

significancia (P) que no permiten rechazar la hipótesis nula ( $H_0: F_n(x) = F(x)$ ); sin embargo, el mejor ajuste lo presenta el modelo Log-Gamma con estadístico Kolmogorov-Smirnov = 0.085; estadístico Cramer-Von Mises = 0.029 y estadístico Anderson-Darling = 0.220; Los criterios de información de Aikake = 8.410 y el Bayesiano = 11.074. En la Tabla 2 se presentan los estadísticos de Kolmogorov-Smirnov para los tres modelos, el criterio de selección fue el valor de P estimado en la prueba de (KS).

Tabla 2.- Estadísticos calculados para las tres distribuciones de probabilidad analizadas

<b>Distribución</b>	<b>Estadístico Kolmogorv Smirnov</b>
Gumbell	0.119 (P=0.77)
<b>Log-Gamma</b>	<b>0.085 (P=0.99)</b>
Weibull	0.153 (P=0.47)

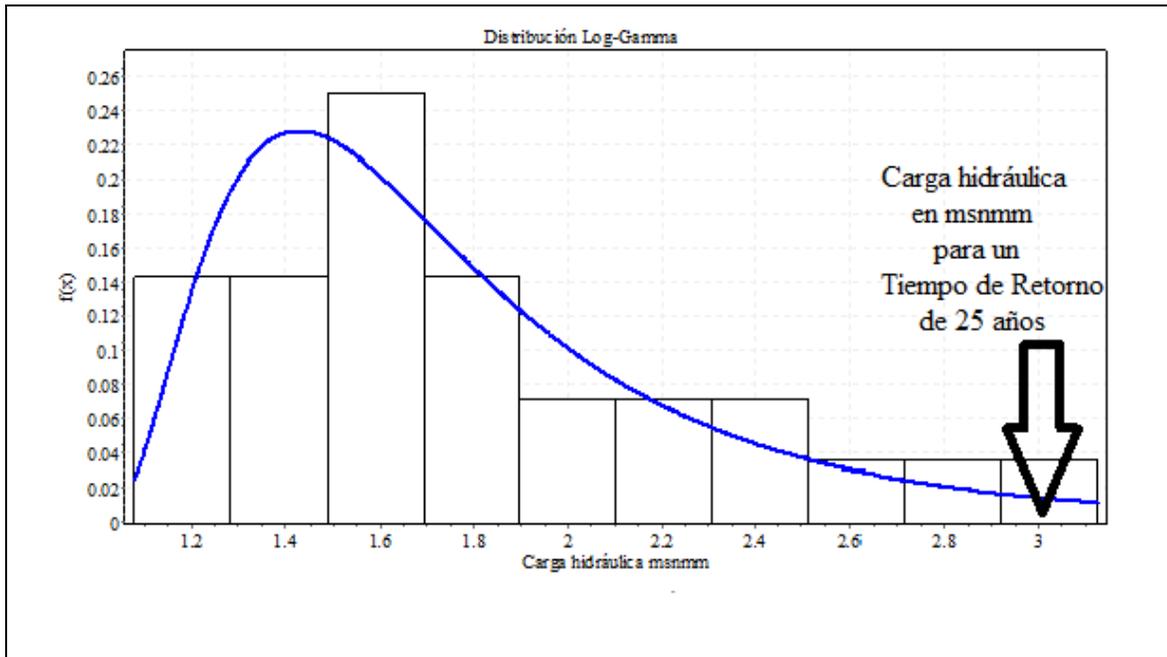


Figura 3.- Distribución de densidad Log-Gamma ajuste y área de probabilidad de un incremento de la carga hidráulica sobre el nivel medio del mar para un Tiempo de retorno de 25 años.

Para períodos de retorno de 25, 50 y 75 años las crecidas máximas predichas por el modelo Log-Gamma ( $\alpha=3.5547995$  y  $\beta= 6.5128622$ ) son de 3.13 m, 3.63 m y 3.94 m respectivamente.

Las estimaciones de crecidas del nivel freático con la distribución Log-Gamma y Tiempo de Retorno usando las medianas de alfa (3.765259) y beta (6.883555) obtenidas con Bootstrap son las siguientes 25 años = 3.07 msnmm; 50 años= 3.55 msnmm; 75 años= 3.85 msnmm y usando una Probabilidad 0.99 las crecidas del nivel freático no excederían los 4.07 msnm. En la Figura 3 se representa la distribución de densidad, la línea de ajuste y el área de probabilidad de una crecida de la

carga hidráulica sobre el nivel medio del mar con tiempo de retorno de 25 años.

## DISCUSION

El acuífero que subyace a la ciudad de Mérida es somero del tipo libre y está formado por una caliza del terciario. Su naturaleza kárstica acentúa la heterogeneidad de este, lo cual también es un factor que determina la porosidad dual que lo tipifica. La karsticidad también juega un papel importante en la elevada transmisividad del acuífero que lo hace ser considerado como altamente productivo (Sánchez y Pinto *et al.* 2005). Las crecientes del agua subterránea en el karst de la planicie norte de Yucatán se explican mediante un fenómeno similar a los

movimientos de “marea” debidas a diferencias de carga hidráulica entre localidades situadas en un medio complejo que incluye flujos subterráneos en medios granulares y flujos turbulentos en canales cavernosos; esto se debe a que la composición del karst a diferentes escalas, desde metros a decenas, cientos de metros o kilómetros, tiene una estructura definida por procesos biogeoquímicos que ocurrieron en escalas de tiempo de cientos, miles y millones de años de tal modo que la complejidad de la estructura rocosa del karst es muy alta (Schmitter-Soto *et al.* 2002). En acuíferos extensos (escalas mayores a cientos de metros) las diferencias en la profundidad del nivel del agua en pozos, con respecto a un mismo plano de referencia, puede explicarse por varias causas: el gradiente hidráulico, zonas de mayor recarga o extracción y áreas con distinta permeabilidad. La teoría del movimiento del agua subterránea, basada en la ecuación de Darcy, establece que para que fluya un mismo caudal en acuíferos con la misma litología, pero diferente conductividad hidráulica debe incrementarse el gradiente hidráulico de aquel con menor conductividad hidráulica (Fetter, 2001). Para que esto suceda, es preciso aumentar la diferencia de la carga hidráulica entre un punto y otro. Es decir, cuando un mismo volumen de agua se recarga en dos zonas con diferente permeabilidad, la elevación del nivel del agua será mayor en aquella menos permeable. Lo anterior explica como la heterogeneidad del medio juega un papel importante en la profundidad del nivel del agua registrada en pozos ubicados en zonas con distinta permeabilidad.

Por otra parte, los fenómenos hidrológicos como la precipitación, infiltración, evapotranspiración, movimientos horizontales y verticales de las aguas subterráneas del karst de la planicie norte de Yucatán no son homogéneos y se han trastocado por la intervención humana que incluye crecimiento urbano, inyecciones industriales y extracción minera, entre otros (Hernández Terrones *et al.* 2011).

Toda esta complejidad estructural del karst y funcional de la cinética del agua subterránea se refleja en los cambios en la carga hidráulica en puntos discretos (pozos) y aunque las variaciones son continuas tanto en el tiempo como en el espacio, los métodos de observación de la carga hidráulica permiten solamente mediciones discretas tanto en el tiempo como en el espacio, de tal manera que existe la posibilidad de que los niveles máximos de la carga hidráulica no hayan sido observados debido a que las mediciones fueron realizadas, posiblemente, antes o después del evento máximo.

Los análisis de series de valores extremos tradicional requieren al menos de un registro de 20 años a fin de reducir la incertidumbre en las predicciones que pueden hacerse a través de las funciones de distribución de probabilidad que mejor se ajusten. En este estudio no se contó con series de datos de 20 años para alguno de los pozos; en consecuencia, el análisis se hizo juntando las series de valores máximos registrados del nivel del agua de los pozos estudiados, y de esa manera alcanzar una serie de 28 observaciones de máximos anuales del nivel

del agua, de manera adicional se utilizaron métodos numéricos de remuestreo (bootstrap) para hacer más robustas las estimaciones y dar mayor consistencia a los cálculos de los niveles del acuífero ante diferentes períodos de retorno. Los parámetros del modelo Log-Gamma estimados en este trabajo engloban el efecto que la heterogeneidad del medio tiene sobre el nivel del agua subterránea debido a la recarga pluvial del acuífero de la ciudad de Mérida (Cooley 1997, Trichakis *et al.* 2011).

No obstante estas limitaciones en las observaciones de la carga hidráulica máxima, el uso de modelos estocásticos permite aproximaciones que sirven como criterio de diseño de obras de ingeniería, y en este caso particular, las estimaciones de los parámetros de la distribución Log-Gamma (para calcular los máximos de carga hidráulica sobre el nivel medio del mar) se hicieron siguiendo una estrategia que incorpora toda la incertidumbre y variabilidad de las mediciones de tal manera que aunque los valores de los parámetros de la distribución Log-Gamma permiten el cálculo

de las cargas hidráulicas sobre el nivel medio del mar en el área de la ciudad de Mérida se debe tener en cuenta que se trata de aproximaciones probabilísticas basadas en los datos disponibles hasta este momento.

## CONCLUSIONES

El modelo más apropiado para calcular los valores máximos de la carga hidráulica, para diferentes tiempos de retorno en años en el área de la ciudad de Mérida es el Log-Gamma y los parámetros recomendables para estos cálculos son alfa ( $\alpha = 3.765259$ ) y beta ( $\beta = 6.883555$ ). Las simulaciones realizadas para diferentes periodos de retorno ponen de manifiesto el riesgo que corre, por las posibles inundaciones, la infraestructura urbana subterránea en la región. Dada la heterogeneidad del medio estudiado y las características de los datos analizados se sugiere la aplicación de este modelo con las reservas del caso.

## REFERENCIAS

- Cooley RL. (1997). Confidence intervals for ground-water models using linearization, likelihood, and bootstrap methods. *Ground Water* 35: 869–880.
- Cullen A.C. and Frey H.C. (1999). Probabilistic techniques in exposure assessment. Plenum Press, USA, pp. 181-241.
- D'Agostino RB and Stephens MA (1986). Goodness-of-Fit Techniques. 1st edition. Dekker.
- Delignette-Muller M.L. and Dutang C. (2015), fitdistrplus: An R Package for Fitting Distributions. *Journal of Statistical Software*, 64(4), 1-34.

- Dupuis D.J. (1997). Extreme value theory based on the  $r$  largest annual events: a robust approach. *Journal of Hydrology* 200 (1997) 295-306
- Efron B and Tibshirani RJ (1994). *An Introduction to the Bootstrap*. 1st edition. Chapman & Hall.
- Fetter C.W. (2001). *Applied hydrogeology*. Fourth edition. Prentice Hall.
- Hernández-Terrones L., Rebolledo-Vieyra M., Merino-Ibarra M., Soto M, Le-Cossec A. y E. Monroy-Ríos (2011). Groundwater Pollution in a Karstic Region (NE Yucatan): Baseline Nutrient Content and Flux to Coastal Ecosystems. *Water Air Soil Pollut* (2011) 218:517–528.
- Perry, E.C., Marin, L.E., McClain, J., Velazquez, G., (1995). The ring of cenotes (sinkholes) northwest Yucatan, Mexico: its hydrogeologic characteristics and association with the Chicxulub impact crater. *Geology* 23, 17– 20.
- Pope, K.O., Ocampo, A.C., Kinsland, G.L., Smith, R., (1996). Surface expression of the Chicxulub crater. *Geology* 24, 527–530.
- Ricci V (2005). “Fitting Distributions with R.” Contributed documentation available on CRAN, URL <http://CRAN.R-project.org/doc/contrib/Ricci-distributions-en.pdf>.
- Sáez A.J. 2009. Modelización estocástica de precipitaciones máximas para el cálculo de eventos extremos a partir de los periodos de retorno mediante R. <http://www4.ujaen.es/~ajsaez/informe.html.LyXconv/informe.html>
- Sánchez y Pinto I, González-Herrera R. y E. Perry. (2005). Hydrodynamic behavior of the Yucatán aquifer. A perspective on the hydraulic conductivity estimation. *Espeleo@digital 2 Ciudad de la Habana, Cuba*. Pág. 8-20.
- Schmitter-Soto J.J., Comín F.A., Escobar-Briones E., Herrera-Silveira J., Alcocer J., Suárez-Morales E., Elías-Gutiérrez M., Díaz-Arce V., Maín L.E. and B. Steinch. (2002). Hydrogeochemical and biological characteristics of cenotes in the Yucatan Peninsula (SE Mexico). *Hydrobiologia* 2002;467:215–28.
- Stephenson A. & E. Gilleland (2006). Software for the analysis of extreme events: The current state and future directions. *Extremes* (2006) 8: 87–109. DOI 10.1007/s10687-006-7962-0
- Yee T.W. (2010). The VGAM Package for Categorical Data Analysis. *Journal of Statistical Software*, 32(10), 1-34. URL <http://www.jstatsoft.org/v32/i10/>.
- Trichakis, I., Nikolos, I. & Karatzas, G.P. 2011, "Comparison of bootstrap confidence intervals for an ANN model of a karstic aquifer response", *Hydrological Processes*, vol. 25, no. 18, pp. 2827-2836.

Yee TW (2010). "The VGAM Package for Categorical Data Analysis." *Journal of Statistical Software*, 32(10), 1–34. URL <http://www.jstatsoft.org/v32/i10/>.