

Análisis de modelos de perfil de playa en equilibrio aplicados a una playa de Yucatán, México

Zetina M. C. E.¹, Sánchez y P. I.², Osorio R. H.³, Mariño T. I.⁴, Castillo Ch. R.J.⁵ y Cauich T. J.C.⁵

Fecha de recepción: 16 de noviembre de 2007 – Fecha de aceptación: 10 de noviembre de 2008

RESUMEN

Los perfiles de playa son una herramienta para cuantificar el estado y cambios en playas arenosas y es de utilidad en la gestión y recuperación de playas. El objetivo de este trabajo es analizar cinco modelos de perfil de playa en equilibrio y evaluar su capacidad para representar perfiles de playa de Progreso, Yucatán, México. Los modelos analizados son: Dean, Bodge, polinomios de tercero a quinto orden y dos modelos para playas con barra arenosa: el modelo de Inman y el de Hsu. Las mediciones de los perfiles de playa se hicieron con GPS diferencial desde el nivel del mar hasta una distancia transversal de 60 metros y en una franja longitudinal de 800 metros. Se analizaron diez fragmentos de playa. Las estimaciones de los parámetros de los modelos se hicieron con regresión no lineal y polinomial. Los modelos de Dean y Bodge representan bien la primera parte de los perfiles pero no pueden representar las ondulaciones debidas a barras arenosas ($R^2 = 60$ a 93). Los modelos polinomiales de orden 5 producen buenas representaciones de las tendencias observadas ($R^2 = 93$ a 98). El modelo de Inman ($R^2 = 81$ a 97) y el de Hsu ($R^2 = 88$ y 94) representan bien las playas de barra arenosa. Se concluye en que los polinomios de orden 5, el modelo de Inman y el modelo de Hsu son los modelos más adecuados para representar las formas de los perfiles en equilibrio de las playas estudiadas mientras que los modelos de Dean y Bodge si bien con menos ajuste, continúan siendo importantes para estudiar los proceso morfodinámicos de las playas incluidas las de Yucatán.

Palabras clave: Playas, Perfil en equilibrio, Yucatán,

Equilibrium beach profiles analysis applied to a Yucatan beach, Mexico

ABSTRACT

Beach profiles are a tool to quantify the state and changes in sandy beaches and they are its useful in the administration and recovery of beaches. The objective of this work is to analyze five models of equilibrium beach profile and evaluate their capacity to represent observed forms of the beach profiles in Progreso, Yucatan, Mexico. Analyzed models were: Dean, Bodge, polynomial models third to fifth order, as well as two sandy bar beach models: Inman and Hsu. Beach profiles measurements were made with differential GPS from sea level to a transverse sea level distance of 60 meters and in a longitudinal distance of 800 meters. Ten beach fragments were analyzed. Models parameter estimations were made with polynomial and non-linear regression. Dean and Bodge models represent well the first fraction of beach profiles but can not characterize sand bar beach undulations (R^2 : 60 to 93). Polynomial models of 5th order provided a good representations of the observed profiles (R^2 : 93 to 98). Inman model gave a high determination coefficient and a good description of observed beach profiles (R^2 : 81 one 97) and Hsu model produced very good representation of the observed profiles and high determination coefficient (R^2 : 88 and 94). In conclusion Inman, polynomial and Hsu models are the best models to represent the studied beach shape, nevertheless, Dean and Bodge models are important tools for the Yucatan beach analysis.

Keywords: Beach, equilibrium beach profiles, Yucatán.

¹ Profesor Investigador. Cuerpo Académico de Ingeniería Ambiental. Facultad de Ingeniería-UADY. E-mail: zmoquel@uady.mx

² Profesor Investigador. Cuerpo Académico de Hidrología. Facultad de Ingeniería-UADY

³ Profesor Investigador. Cuerpo Académico de Ingeniería Ambiental. Facultad de Ingeniería-UADY.

⁴ Profesor Investigador. CINVESTAV-Unidad Mérida

⁵ Ingeniero Civil. Facultad de Ingeniería-UADY

INTRODUCCIÓN.

Las playas arenosas son ambientes dinámicos cuya forma está determinada por mareas, olas y vientos que depositan o remueven sedimentos produciendo cambios en la morfología. El estudio de las playas se hace mediante la cuantificación de algunas características morfológicas y estimación de parámetros relacionados con la altura, amplitud, pendiente o perfil, y volumen de la playa. La cuantificación de estas características así como de los cambios en los parámetros que las determinan permite inferir sobre la dinámica y evolución de estos sistemas (Delgado y Lloyd 2004). Los perfiles de playa constituyen un instrumento que permite evaluar el estado y los cambios en las playas arenosas y es de gran utilidad en la gestión y la recuperación de playas. La forma de los perfiles es resultado de complejos procesos de transporte y acumulación y en ella subyace información de gran utilidad para el estudio de la dinámica de las costas (Bernabeu et al. 2002a, Andrade y Ferreira 2006). Por su importancia en el estudio y en la ingeniería de playas se ha desplegado un esfuerzo considerable para obtener representaciones matemáticas capaces de reproducir las formas y de relacionar éstas con la estructura física de las playas y con los complejos procesos oceanográficos costeros. El concepto de perfil de equilibrio de una playa es conocido desde principios del siglo pasado y se ha usado para la descripción cuantitativa de los perfiles de playas desde 1950. El concepto establece que cada perfil de playa de tamaño de grano específico puede alcanzar una forma estable y que el transporte de sedimentos neto a lo largo de la costa para cada punto alcanza el equilibrio bajo condiciones de oleaje incidente constante sobre la costa en un intervalo de tiempo suficientemente largo (Medina et al. 2001, Bernabeu et al. 2002c).

A la fecha existen muchas representaciones matemáticas de los perfiles de equilibrio, algunas son

Ecuaciones

- $h = A_{Dean} * x^b$ (1) Dean
- $h = B_{Bodge} * (1 - e^{-k*x})$ (2) Bodge
- $h = \beta_0 + x\beta_1 + x^2\beta_2 + x^3\beta_3 + x^4\beta_4 + x^5\beta_5$ (3) Polinomios
- $h - h_0 = A_{Inman} * (x - x_0)^m$ (4) Inman et al.
- $H = A_1 * (1 - e^{-B_1*X}) - A_2 * e^{-B_3(1-X)} \operatorname{sech}(B_2 * (1-X)) + A_2 * e^{-B_3} * \operatorname{sech}(B_2)$ (5) Hsu et al. 0

Donde:

- x = Distancia medida desde el nivel del mar
- h = Profundidad del fondo en relación al nivel del mar
- A_{Dean} = Coeficiente del modelo de Dean
- b = Coeficiente del modelo de Dean

expresiones simples que aproximan las formas a curvas que no tienen una relación clara con fenómenos oceanográficos o de conformación granulométrica de las playas y otras expresiones poseen una mayor complejidad que incluyen implícita o explícitamente fenómenos oceanográficos de transferencia de energía y conformación física y mineral de los lechos (Bernabeu et al. 2002b, Anfuzo y Ruiz 2004). La problemática de las playas de Yucatán y en otras partes del mundo ha propiciado estudios orientados a la comprensión de los procesos costeros y a la obtención de conocimientos que permitan un manejo sustentable de estas formaciones (Cupul-Magaña y Téllez-Duarte 1997); en Yucatán, se han realizado mediciones encaminadas a la determinación de la forma de los perfiles de playa, estas mediciones se usan para cuantificar los cambios en las playas y también para parametrizar modelos de simulación usados en la predicción de los procesos ante diferentes condiciones oceanográficas así como intervenciones humanas de ingeniería costera.

Las observaciones realizadas en las playas de Yucatán sugieren que muchas de ellas son playas con perfiles de barra, es decir el incremento de la profundidad a partir de la línea de costa sucede en forma de ondulaciones con crestas y valles, esto limita las expresiones que pueden, de manera adecuada, representar las formas de los perfiles de playa (Hsu et al. 2006), sin embargo, aunque la representación sea menos exacta, las expresiones que no despliegan ondulaciones pueden también ser de gran utilidad, bajo condiciones específicas. El objetivo de este trabajo es analizar algunos modelos de perfil de playa en equilibrio y evaluar la capacidad de estos modelos para representar las diferentes formas observadas de los perfiles de playa en las costas de Yucatán.

Ecuaciones de los Modelos:

- B_{Bodge} = Coeficiente del modelo de Bodge
- k = Coeficiente del modelo de Bodge
- β_i = Coeficiente del i-esimo termino de un polinomio
- A_{Inman} = Coeficiente del modelo de Inman
- H = h/h₀

ho= la profundidad de la barra
A₁= Coeficiente del modelo de Hsu
A₂= Coeficiente del modelo de Hsu
B₁= Coeficiente del modelo de Hsu
B₂= Coeficiente del modelo de Hsu
B₃= Coeficiente del modelo de Hsu
x₀= la distancia desde la línea del nivel del mar a la barra
X=x/x₀
sech es la secante hiperbólica

ÁREA DE ESTUDIO

La medición de perfiles se realizó en el malecón del puerto de Progreso, Yucatán, México al norte y en el

centro-poniente de la Península de Yucatán (Figura 1). El punto de referencia para los levantamientos está situado en las coordenadas: 21° 17' 21.21523" N y 89° 39' 16.34556" W.

Se trata de una playa de origen calcáreo como toda la zona norte de la Península de Yucatán y las arenas son en su gran mayoría de origen orgánico formadas por algas, moluscos, corales, etc. (Nolasco-Montero et al. 1987), es una playa turística de gran importancia para la economía del puerto y en la cual se han presentado problemas de erosión y se ha sometido a procesos de recuperación por relleno.

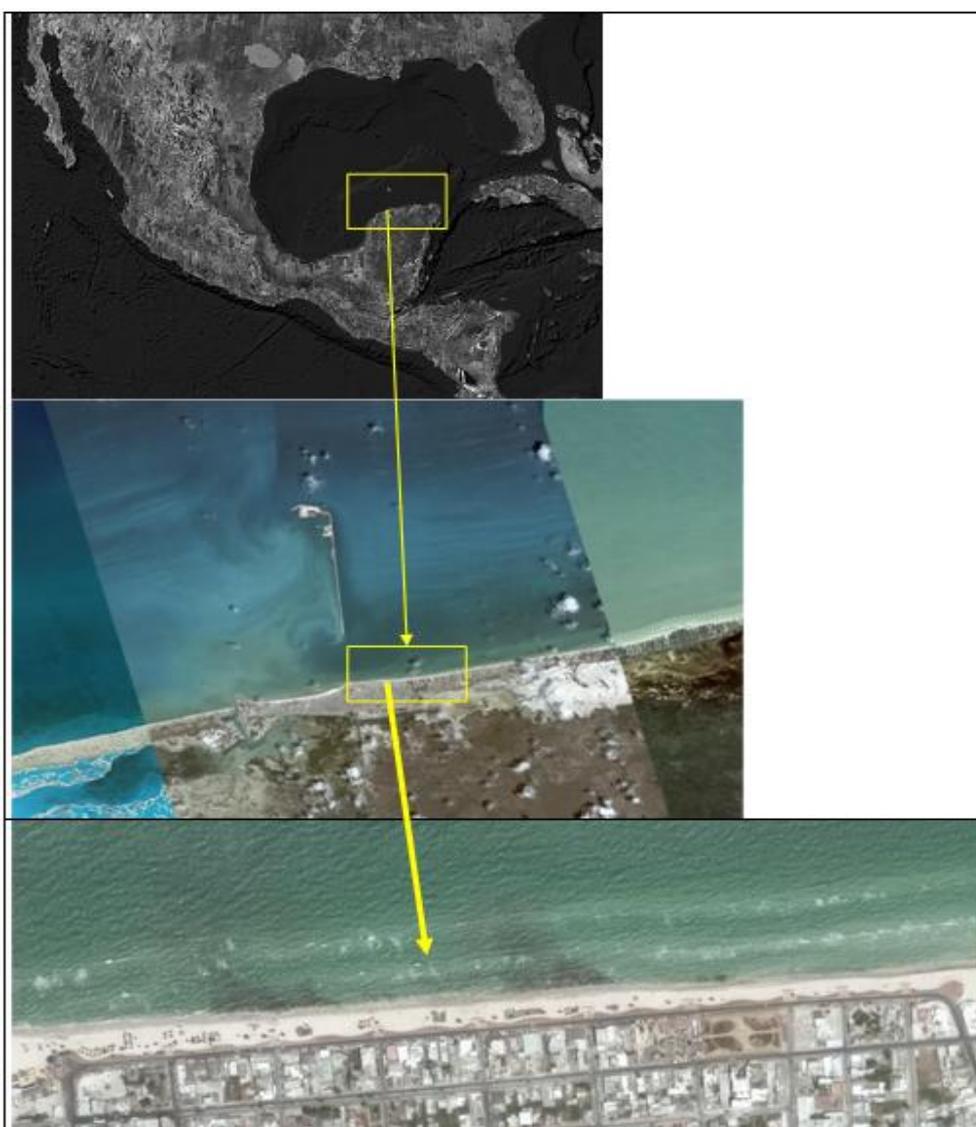


Figura 1. Ubicación del área de estudio

METODOLOGÍA

Las mediciones de perfiles se hicieron en el malecón de Progreso Yucatán, México. Se usó un GPS diferencial (Leica Modelo RS20) tomando

mediciones de posición y altitud cada dos segundos en zig-zag a partir de la línea de marea y hasta una distancia de sesenta metros de la costa (Figura 2).

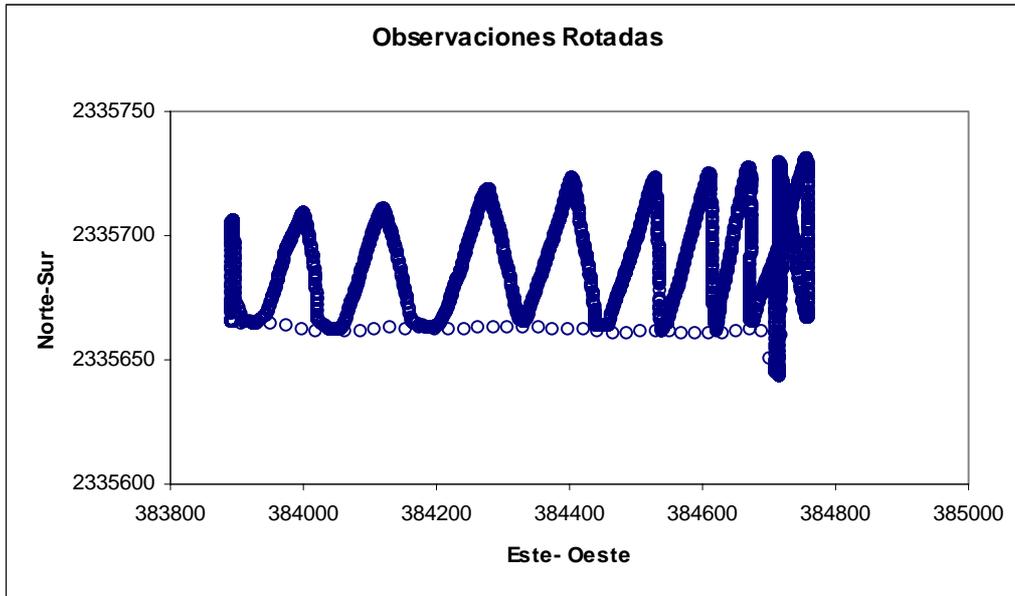


Figura 2. Los puntos tienen coordenadas X, Y medidas siguiendo una trayectoria en zig-zag, los datos crudos fueron rotados como se describe en el método. En este gráfico se muestra la posición de las mediciones con respecto a la línea de costa rotada y ahora completamente horizontal.

Los datos crudos fueron sometidos a un post proceso que permite mediciones de altitud con precisión de menos de tres centímetros medidos en suelos regulares. Las observaciones de posición se tomaron en el sistema UTM y las alturas elipsoidales con

cálculo de ondulaciones geoidales. Las posiciones originales de longitud y latitud se rotaron para que todas las mediciones se iniciaran al nivel del mar durante la campaña de observaciones. Esto se hizo de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_1 & Y'_1 \\ X'_2 & Y'_2 \\ \vdots & \vdots \\ X'_n & Y'_n \end{bmatrix}$$

Donde X_i, Y_i son las coordenadas de cada punto medido, θ el ángulo de corrección estimado de la pendiente de una línea recta que interseca la línea del nivel del mar medido en campo y X'_i, Y'_i las coordenadas rotadas. Las alturas elipsoidales se transformaron a profundidades utilizando como profundidad cero las mediciones realizadas en el nivel del mar durante la campaña de toma de datos. Las observaciones se tomaron en un lapso de cerca de cuarenta minutos cubriendo una distancia paralela a la

playa de 900 metros y a una distancia máxima transversal a la costa de 64 metros del nivel del mar. La profundidad máxima medida fue de 1.6 m. Para el análisis de los perfiles se dividió la playa en diez secciones que incluían mediciones desde el nivel del mar hasta profundidades de aproximadamente 1.6 m.

El ajuste de los modelos se hizo aproximándolos primero en una hoja de cálculo de EXCEL mediante minimización de cuadrados y/o de diferencias

absolutas entre valores observados y predichos por los modelos, se usó la función SOLVER. En una segunda etapa los modelos se ajustaron utilizando regresión no lineal con el algoritmo de Marquardt, y la estimación de los coeficientes de los polinomios se hizo mediante el método de regresión polinomial (STATGRAPHICS v.5). El modelo de Inman se ajustó utilizando un valor del coeficiente $m=3$. Para conseguir ajustes entre los datos observados y el modelo también fue necesario tratar las variables x_0 (distancia desde la línea del nivel del mar hasta la cresta de la barra) y h_0 (profundidad de la cresta de la

barra tomando como referencia el nivel del mar observado) como parámetros.

RESULTADOS

El ajuste de los perfiles medidos con modelo de Dean mostró coeficientes de determinación ajustado (R^2_{aj}) para los grados de libertad de entre 93.32 y 66.35. Las estimaciones de los coeficientes para el modelo de Dean (A_{Dean} y b) se presentan en la Tabla 1 y en la Figura 3, se muestran las observaciones (puntos) y la predicción del modelo como una línea continua.

Tabla 1.- Coeficientes estimados para el modelo de Dean para cada perfil, coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad.

Perfil	Coficiente	Estimación Puntual	Limite Inferior de la estimación (95%)	Limite Inferior de la estimación (95%)	R^2 ajustado a los grados de libertad
1	A_{Dean}	-0.393	-0.349	-0.436	72.81
	b	0.257	0.227	0.287	
2	A_{Dean}	-0.738	-0.652	-0.825	68.66
	b	0.247	0.218	0.276	
3	A_{Dean}	-0.186	-0.143	-0.229	80.24
	b	0.608	0.547	0.669	
4	A_{Dean}	-0.597	-0.545	-0.648	77.50
	b	0.251	0.227	0.275	
5	A_{Dean}	-0.509	-0.440	-0.579	66.36
	b	0.290	0.254	0.326	
6	A_{Dean}	-0.674	-0.605	-0.744	67.98
	b	0.232	0.203	0.261	
7	A_{Dean}	-0.600	-0.545	-0.655	78.46
	b	0.263	0.237	0.289	
8	A_{Dean}	-0.509	-0.465	-0.553	86.75
	b	0.303	0.279	0.328	
9	A_{Dean}	-0.396	-0.355	-0.437	87.90
	b	0.403	0.373	0.433	
10	A_{Dean}	-0.555	-0.511	-0.598	93.32
	b	0.313	0.289	0.337	

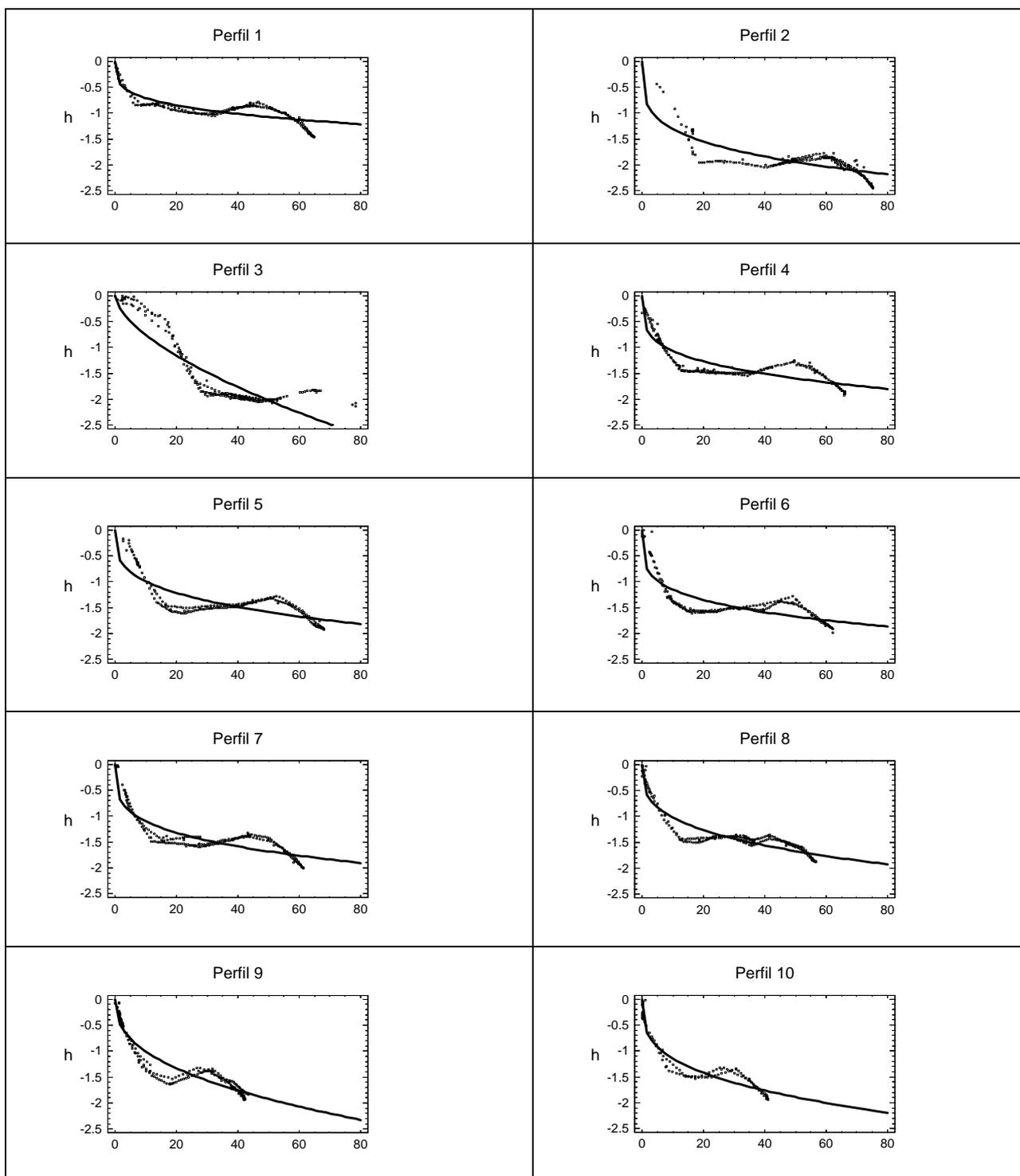


Figura 3. Gráfico de valores medidos (puntos) y predichos (línea continua) con el modelo de Dean para los diez perfiles de playa. Las unidades de ambos ejes son metros.

Zetina M. C. E. et al / Ingeniería 12-3 (2008) 15-32

El modelo de Bodge Permitió ajustes con un R^2 aj entre 93.5 y 66.99 y los coeficientes estimados (B_{Bodge} , k) para este modelo en los diez perfiles se

presenta en la Tabla 2 y en la Figura 4, se muestran las observaciones y la predicción del modelo.

Tabla 2. Coeficientes estimados para el modelo de Bodge para cada perfil, coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad.

Perfil	Coficiente	Estimación Puntual	Limite Inferior de la estimación (95%)	Limite Inferior de la estimación 95%	R^2 ajustado a los grados de libertad
1	B_{Bodge}	-1.019	-1.045	-0.994	67.00
	k	0.181	0.149	0.213	
2	B	-2.038	-2.069	-2.006	75.29
	k	0.079	0.072	0.086	
3	B	-2.490	-2.670	-2.309	87.70
	k	0.033	0.028	0.038	
4	B	-1.539	-1.565	-1.514	88.03
	k	0.152	0.140	0.164	
5	B	-1.587	-1.623	-1.552	79.41
	k	0.098	0.088	0.108	
6	B	-1.586	-1.612	-1.561	87.13
	k	0.163	0.149	0.177	
7	B	-1.586	-1.612	-1.560	87.31
	k	0.149	0.136	0.162	
8	B	-1.535	-1.557	-1.513	92.46
	k	0.160	0.146	0.174	
9	B	-1.633	-1.665	-1.602	93.58
	k	0.143	0.131	0.154	
10	B	-1.603	-1.650	-1.557	90.04
	k	0.183	0.155	0.211	

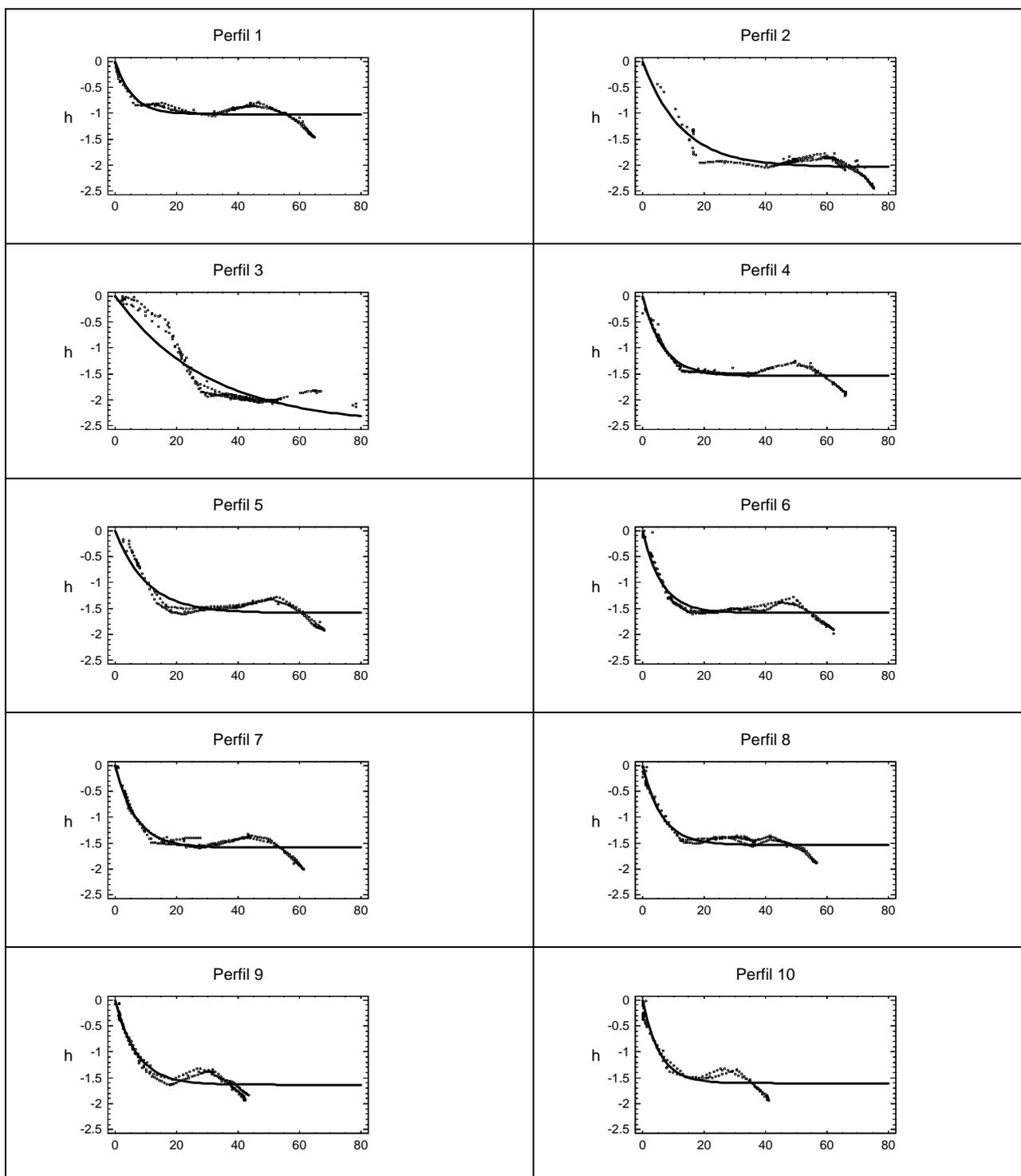


Figura 4. Gráfico de valores medidos (puntos) y predichos (línea continua) con el modelo de Bodge para los diez perfiles de playa. Ambos ejes están en metros.

Los modelos polinomiales permitieron muy buenos ajustes para los perfiles observados, en la Tabla 3 se muestra el ajuste de modelos polinomiales de orden 2

hasta 5. Pero en este intervalo mientras mayor es el orden del polinomio el ajuste es mejor.

Tabla 3.- Coeficientes estimados de polinomios de orden 2 a 5.

Orden del polinomio	Coeficiente de determinación estimado (R^2) para el Perfil 1	Coeficiente de determinación estimado (R^2) para el Perfil 5	Coeficiente de determinación estimado (R^2) para el Perfil 10
2	61.48	60.37	87.48
3	95.64	97.26	98.38
4	95.64	97.72	98.41
5	96.28	97.80	98.52

Los modelos polinomiales de orden 5 presentaron R^2_{aj} de entre 98.46 y 93.88, las estimaciones puntuales de los coeficientes polinomiales se

presentan en las Tablas 4a y 4b y en la Figura 5 se muestran las curvas observadas (puntos) y predichas (línea central continua).

Tabla (4a). Coeficientes estimados para los modelos polinomiales de orden 5 para cada perfil, Estadístico t de la estimación, Valor de probabilidad (P) de la estimación coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad. Los coeficientes estimados con un valor de probabilidad P mayor de 0.05 no son significativos por lo que podrían ser eliminados del modelo sin una alteración sustancial de las predicciones.

Perfil	Coeficiente	Estimación Puntual	Error Estándar	Estadístico t	Valor de P	R^2 ajustado a los grados de libertad
1	β_0	-0.15976	0.01644	-9.71698	0.0000	96.19
	β_1	-0.11089	0.00601	-18.45160	0.0000	
	β_2	0.00591	0.00061	9.73457	0.0000	
	β_3	-0.00016	0.00002	-6.66890	0.0000	
	β_4	0.00000	0.00000	5.71236	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	-5.79144	0.0000	
2	β_0	0.02862	0.07052	0.40587	0.6853	93.83
	β_1	-0.09977	0.01414	-7.05489	0.0000	
	β_2	-0.00077	0.00104	-0.74105	0.4596	
	β_3	0.00010	0.00003	3.12614	0.0020	
	β_4	0.00000	0.00000	-3.56505	0.0005	
	β_5	0.00000	0.00000	3.18621	0.0017	
3	β_0	-0.22010	0.03995	-5.50975	0.0000	98.31
	β_1	0.09126	0.01069	8.53539	0.0000	
	β_2	-0.01250	0.00084	-14.81740	0.0000	
	β_3	0.00038	0.00003	13.79360	0.0000	
	β_4	0.00000	0.00000	-11.59600	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	9.48392	0.0000	
4	β_0	-0.05324	0.02039	-2.61128	0.0097	97.89
	β_1	-0.19017	0.00658	-28.89180	0.0000	
	β_2	0.00938	0.00063	14.91920	0.0000	
	β_3	-0.00023	0.00002	-9.29427	0.0000	
	β_4	0.00000	0.00000	7.03110	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	-6.34030	0.0000	
5	β_0	0.36450	0.03820	9.54306	0.0000	97.75
	β_1	-0.17769	0.00967	-18.36790	0.0000	
	β_2	0.00462	0.00079	5.81603	0.0000	
	β_3	-0.00001	0.00003	-0.28867	0.7731	
	β_4	0.00000	0.00000	-2.00636	0.0462	
	β_5	0.00000	0.00000	2.65673	0.0085	

Tabla (4 b). Coeficientes estimados para los modelos polinomiales de orden 5 para cada perfil, Estadístico t de la estimación, Valor de probabilidad (P) de la estimación coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad. Los coeficientes estimados con un valor de probabilidad P mayor de 0.05 no son significativos por lo que podrían ser eliminados del modelo sin una alteración sustancial de las predicciones.

Perfil	Coeficiente	Estimación Puntual	Error Estándar	Estadístico t	Valor de P	R^2 ajustado a los grados de libertad
6	β_0	0.10044	0.02637	3.80843	0.0002	96.89
	β_1	-0.23902	0.00876	-27.29980	0.0000	
	β_2	0.01243	0.00089	14.03970	0.0000	
	β_3	-0.00030	0.00004	-8.35034	0.0000	
	β_4	0.00000	0.00000	5.80713	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	-4.77941	0.0000	
7	β_0	0.05843	0.02030	2.87866	0.0044	98.14
	β_1	-0.22892	0.00687	-33.34300	0.0000	
	β_2	0.01264	0.00070	18.01840	0.0000	
	β_3	-0.00034	0.00003	-11.70480	0.0000	
	β_4	0.00000	0.00000	9.00767	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	-8.04764	0.0000	
8	β_0	-0.04212	0.01530	-2.75326	0.0065	98.43
	β_1	-0.22037	0.00733	-30.06570	0.0000	
	β_2	0.01324	0.00086	15.34210	0.0000	
	β_3	-0.00039	0.00004	-9.85027	0.0000	
	β_4	0.00001	0.00000	7.39069	0.0000	
	β_5	0.00000	0.00000	-6.32523	0.0000	
9	β_0	-0.01048	0.02695	-0.38889	0.6978	97.82
	β_1	-0.18230	0.01700	-10.72570	0.0000	
	β_2	0.00286	0.00261	1.09476	0.2750	
	β_3	0.00034	0.00016	2.17276	0.0310	
	β_4	-0.00001	0.00000	-3.38741	0.0009	
	β_5	0.00000	0.00000	3.70282	0.0003	
10	β_0	-0.23914	0.01421	-16.83380	0.0000	98.46
	β_1	-0.16120	0.01272	-12.67500	0.0000	
	β_2	0.00347	0.00230	1.50642	0.1345	
	β_3	0.00026	0.00015	1.70057	0.0916	
	β_4	-0.00001	0.00000	-2.75460	0.0068	
	β_5	0.00000	0.00000	2.93293	0.0040	

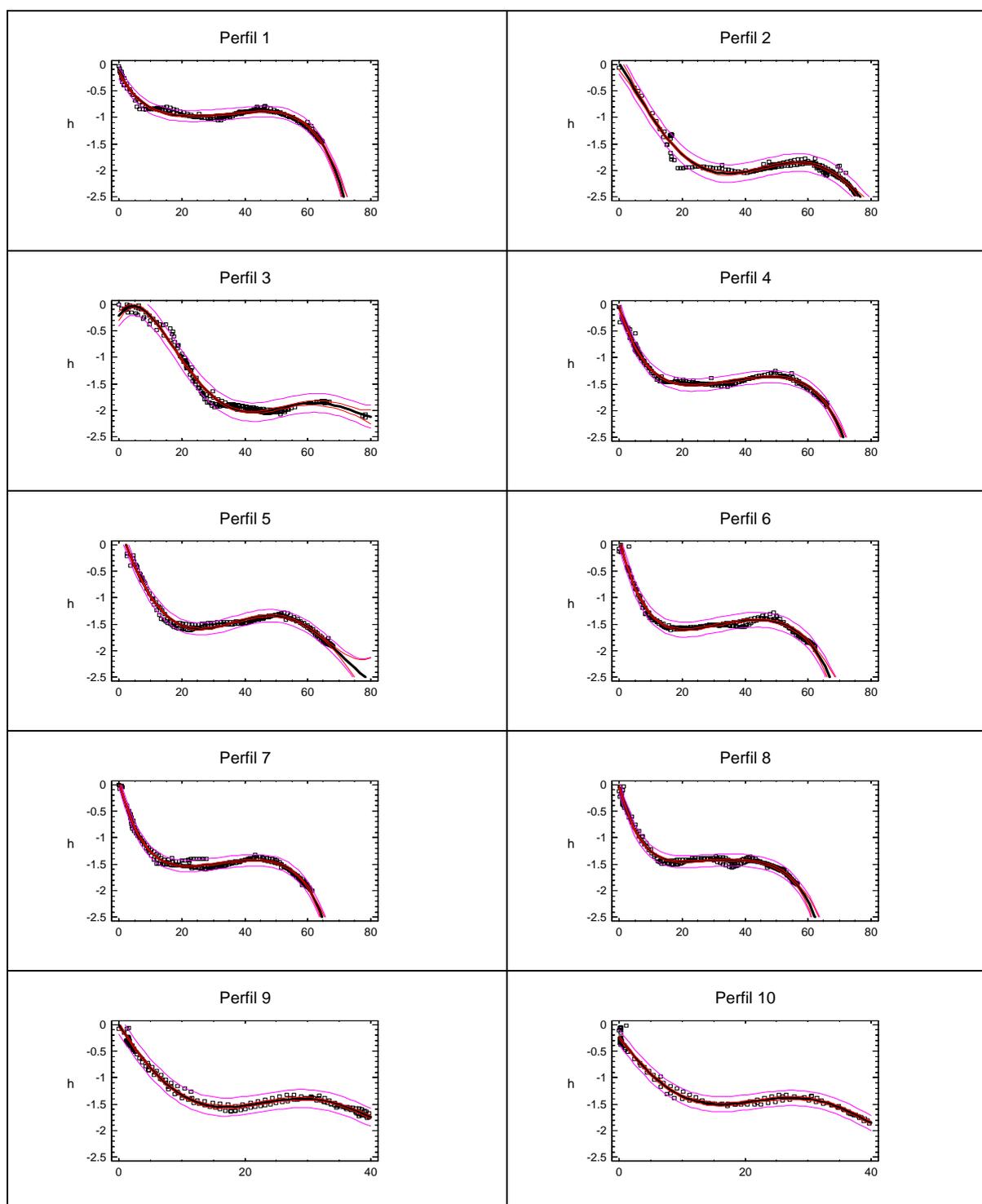


Figura 5. Ajuste de modelos polinomiales de orden 5 a los diez perfiles de playa. La línea central es la línea del modelo ajustado, los puntos son las mediciones obtenidas con el GPS diferencial y las líneas de los extremos son los intervalos de confianza (95%) para las predicciones del modelo. Ambos ejes están en metros.

El modelo de Inman permitió R^2_{aj} de entre 81 y 97 y en general se observa una buena representación de la barra arenosa, los coeficientes puntuales estimados

(A_{Inman} , x_o y h_o) se presentan en la Tabla 5. En la Figura 6 se muestra el ajuste de las observaciones (puntos) y el modelo (línea continua).

Tabla 5. Coeficientes estimados para el modelo de Inman para cada perfil, coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad.

Perfil	Coefficiente	Estimación Puntual	Límite Inferior de la estimación 95%	Limite Superior de la estimación 95%	R^2 ajustado a los grados de libertad
1	A_{Inman}	-0.0000161	-0.0000169	-0.0000153	88.91
	x_o	34.102	33.365	34.839	
	h_o	-0.931	-0.950	-0.912	
2	A_{Inman}	-0.0000179	-0.0000190	-0.0000168	87.40
	x_o	46.421	45.474	47.367	
	h_o	-1.916	-1.941	-1.891	
3	A_{Inman}	-0.0000084	-0.0000103	-0.0000066	92.95
	x_o	66.991	62.196	71.787	
	h_o	-2.064	-2.123	-2.005	
4	A_{Inman}	-0.000018	-0.000020	-0.000017	88.05
	x_o	38.661	37.483	39.838	
	h_o	-1.478	-1.511	-1.446	
5	A_{Inman}	-0.000021	-0.000022	-0.000019	86.12
	x_o	40.524	39.421	41.627	
	h_o	-1.486	-1.518	-1.453	
6	A_{Inman}	-0.000024	-0.000026	-0.000021	81.52
	x_o	36.623	35.242	38.004	
	h_o	-1.549	-1.588	-1.511	
7	A_{Inman}	-0.000027	-0.000029	-0.000025	89.42
	x_o	35.325	34.436	36.214	
	h_o	-1.511	-1.539	-1.482	
8	A_{Inman}	-0.000033	-0.000035	-0.000031	94.51
	x_o	33.230	32.530	33.930	
	h_o	-1.465	-1.488	-1.442	
9	A_{Inman}	-0.000085	-0.000089	-0.000080	96.16
	x_o	25.567	24.997	26.136	
	h_o	-1.492	-1.522	-1.462	
10	A_{Inman}	-0.000090	-0.000095	-0.000086	97.48
	x_o	23.678	23.186	24.170	
	h_o	-1.465	-1.493	-1.437	

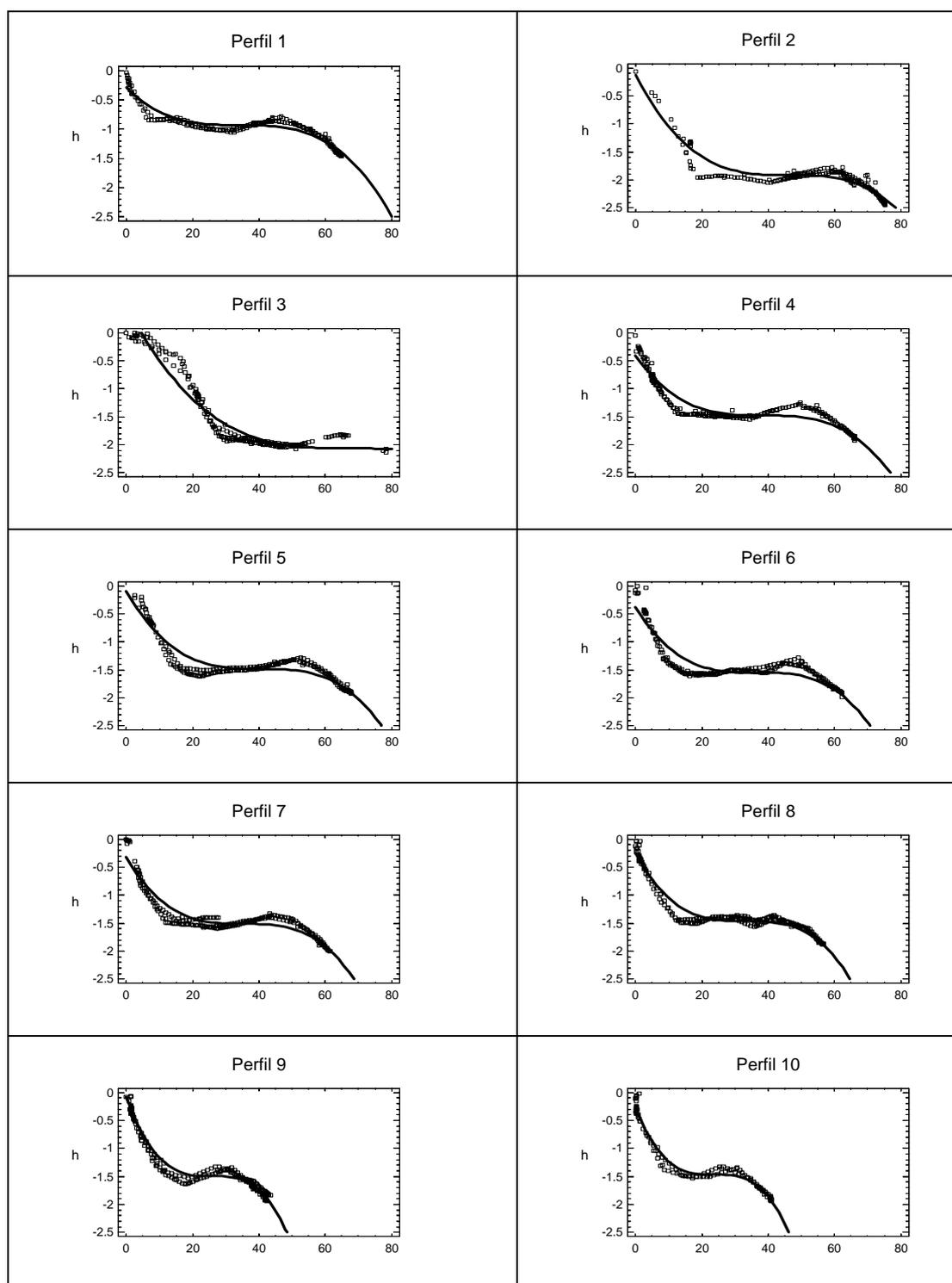


Figura 6. Gráfico de valores medidos (puntos) y predichos (línea continua) con el modelo de Inman para los diez perfiles de playa. Las unidades de ambos ejes están en metros.

Con el Modelo de Hsu se consiguieron R^2_{aj} de entre 88 y 94. Las representaciones de la barra arenosa son muy buenas y los coeficientes (A_1, A_2, B_1, B_2 y B_3) se

presentan en la Tabla (6). La Figura 7 muestra el ajuste del modelo como una línea continua y las observaciones (puntos).

Tabla 6. Coeficientes estimados para el modelo de Hsu para cada perfil, coeficientes de determinación (R^2) y Coeficientes de determinación ajustado a los grados de libertad.

Perfil	Coficiente	Estimación Puntual	Límite Inferior de la estimación 95%	Limite Superior de la estimación 95%	R^2 ajustado a los grados de libertad
1	A ₁	2.126	-9.813	14.065	93.74
	B ₁	0.219	-0.822	1.260	
	A ₂	172.250	-1542.670	1887.170	
	B ₃	7.394	-3.565	18.352	
	B ₂	-0.934	-2.718	0.850	
2	A ₁	0.503	0.226	0.779	88.50
	B ₁	1.616	0.616	2.617	
	A ₂	6.817	0.823	12.810	
	B ₃	4.162	2.795	5.530	
	B ₂	-0.321	-0.675	0.032	
3	A ₁	0.730	-5.475	6.934	92.09
	B ₁	0.560	-4.449	5.570	
	A ₂	15.646	-322.493	353.786	
	B ₃	8.398	-29.935	46.731	
	B ₂	-0.687	-6.134	4.761	
4	A ₁	0.214	0.157	0.270	93.48
	B ₁	4.106	2.804	5.408	
	A ₂	24.453	-59.982	108.889	
	B ₃	5.381	1.419	9.344	
	B ₂	-0.771	-1.511	-0.030	
5	A ₁	0.386	0.031	0.741	85.92
	B ₁	1.845	0.003	3.688	
	A ₂	18.529	-16.139	53.197	
	B ₃	5.160	2.715	7.605	
	B ₂	-0.604	-1.157	-0.051	
6	A ₁	0.162	0.079	0.244	88.94
	B ₁	7.273	4.368	10.178	
	A ₂	11.417	-354.607	377.442	
	B ₃	5.069	-30.614	40.752	
	B ₂	-0.786	-7.631	6.059	
7	A ₁	0.150	0.119	0.181	90.22
	B ₁	7.101	4.844	9.357	
	A ₂	8.727	-151.911	169.365	
	B ₃	4.680	-21.345	30.704	
	B ₂	-0.772	-6.359	4.815	
8	A ₁	0.135	0.109	0.162	94.31
	B ₁	8.281	5.600	10.961	
	A ₂	2.506	-27.143	32.155	
	B ₃	3.604	-8.515	15.723	
	B ₂	-0.597	-3.489	2.296	
9	A ₁	0.165	0.083	0.247	92.54
	B ₁	6.617	2.133	11.102	
	A ₂	1.987	-106.878	110.852	
	B ₃	4.033	-46.794	54.860	
	B ₂	-0.527	-12.850	11.796	
10	A ₁	0.121	0.053	0.189	94.64
	B ₁	10.055	3.938	16.171	
	A ₂	2.286	-39.288	43.860	
	B ₃	3.253	-16.653	23.159	
	B ₂	-0.713	-6.992	5.567	

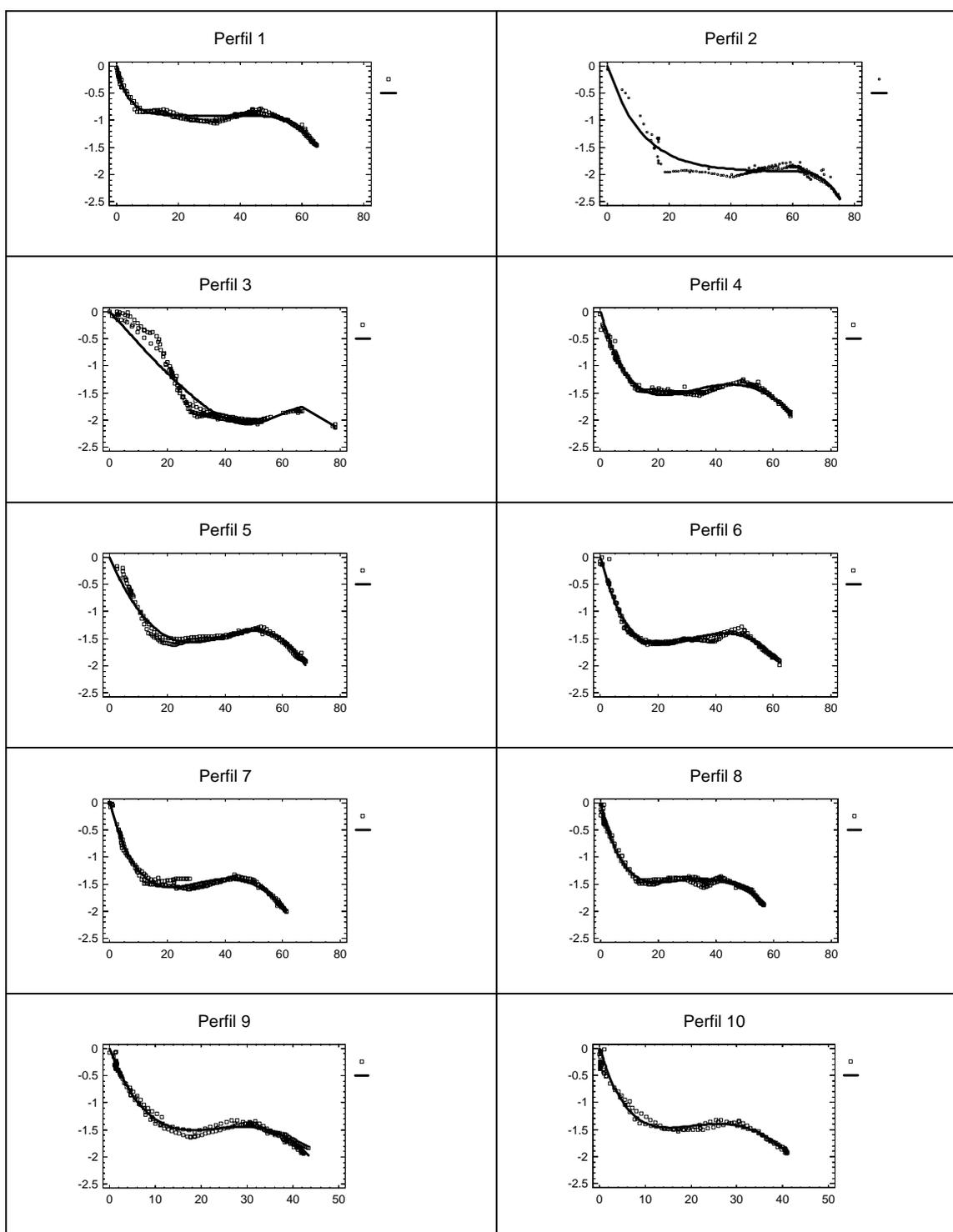


Figura 7. Gráfico de valores medidos (puntos) y predichos (línea continua) con el modelo de Hsu para los diez perfiles de playa. Las unidades de ambos ejes están en metros.

DISCUSIÓN

El concepto de perfil de equilibrio como la forma que alcanzará un perfil de playa expuesto a condiciones de oleaje constantes en especial de altura y periodo de la ola y bajo una composición específica de tamaño de grano (Bernabeu et al. 2002a) es en realidad un concepto ideal de gran utilidad pero en el que subyacen una gran cantidad de variaciones inducidas por la complejidad de los procesos costeros y por las limitaciones de las mediciones con las cuales se ajustan o calibran los modelos. Los instrumentos utilizados en este trabajo para realizar las mediciones tienen una gran precisión, su calibración en terreno plano presentó un error medio menor de tres centímetros, sin embargo, la medición en las playas y a pesar de los cuidados al realizar las mediciones enfrentaron un terreno irregular por la naturaleza de la playa. Por otra parte las lecturas del GPS diferencial se programaron para ser tomadas automáticamente cada dos segundos y así obtener mayor información sobre los perfiles y las superficies, bajo este esquema resulta difícil medir dos veces el mismo punto a menos que se sitúen marcas debajo del nivel del mar

y esto implicaría un número muy limitado de puntos en relación al detalle morfométrico del perfil. Por otra parte a lo largo de la playa pueden observarse cambios a veces sutiles y a veces más pronunciados en la forma de los perfiles y esto tiene que ver con diferencias en el efecto de las corrientes costeras paralelas a la costa o que toma direcciones preferenciales de refluo mar adentro (Figura 8). Todo esto contribuye a que un perfil en equilibrio en la realidad no es más que un resumen ideal sobre o a partir del cuál podemos fundamentar inferencias. En los modelos utilizados subyace una sólida fundamentación relacionada a procesos de disipación de energía en la zona costera y algunos elementos relacionados a la naturaleza o composición física de la playa, tal es el caso del modelo de Dean que relaciona el coeficiente A_{Dean} con el tamaño de grano de los lechos arenosos y la velocidad de sedimentación de la arena o el modelo de Bodge que incluye coeficientes empíricos relacionados con la concavidad de la playa (k) y con la profundidad asintótica del perfil mar adentro (B_{Bodge}).

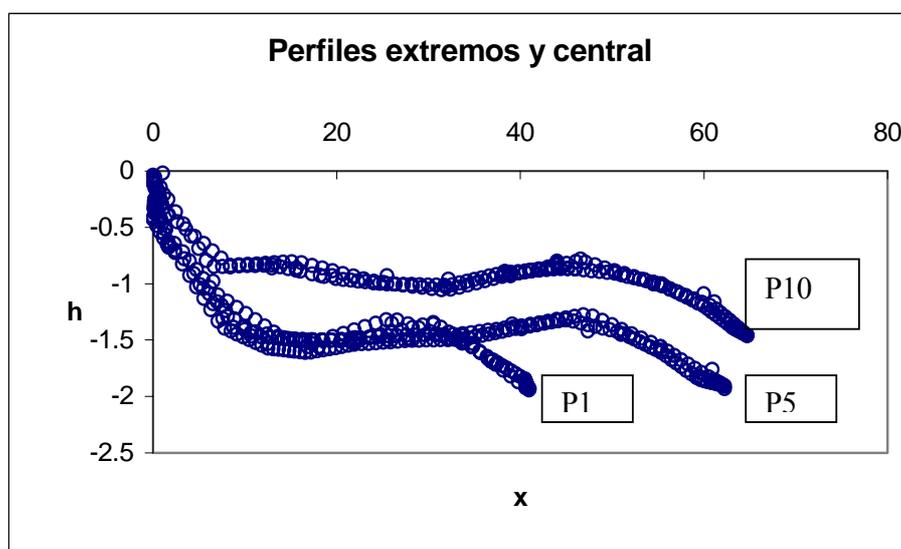


Figura 8. El perfil 10 (P10) está situado al este de la playa, el perfil 5 (P5) en la zona central de la playa y el perfil 1 (P1) está en extremo poniente. Las unidades de los ejes son metros.

En el caso de la playa estudiada ambos modelos representan de una manera adecuada la primera parte (la cara de la playa y el canal) de los perfiles pero ambos son incapaces de representar las barras arenosas que son una forma común en las playas de Yucatán. Estos dos modelos permiten comparaciones de los coeficientes y en este sentido pueden ser utilizados para detectar una parte de los cambios en

los perfiles de equilibrio, pero con ellos no se pueden alcanzar buenas estimaciones de formas y de volúmenes. El modelo de Bodge puede tener una aplicación práctica muy importante en las playas de Yucatán debido a que se ha observado que existe una profundidad asintótica de presencia de sedimentos no consolidados y aunque se sabe que se sitúa alrededor de los -3.5 m y en el caso de las playas estudiadas no

sobrepasa los 2 m (referencia), la posibilidad de representación de esta característica de las playas de Yucatán puede representar una ventaja de este modelo.

El modelo de Dean es particularmente importante por que en él se basan algunas predicciones de modelos de simulación como el GENESIS que ha sido utilizado en las costas de Yucatán. Los resultados de este trabajo indican que al menos durante la época y lugar en la que se tomaron las mediciones el modelo de Dean está limitado para representar un perfil de equilibrio de la costa de Yucatán y en este sentido las predicciones realizadas con el GENESIS tendrían también una aplicación limitada. Hay un mayor número de consideraciones importantes con respecto a este modelo, en principio el coeficiente n que determina pendiente o curvatura del perfil en las playas analizadas adopta valores distintos al valor de $\frac{3}{4}$ que es considerado una constante en muchas playas del mundo. En los casos estudiados el valor más frecuente de este parámetro está alrededor de 0.2 aunque cuando la profundidad se incrementa rápidamente el valor alcanza 0.6 más cercano al valor del parámetro considerado como una constante. Los valores de A_{Dean} tendría que ver con el tamaño medio de grano y con la velocidad de sedimentación (Medina *et al.* 2001) y aunque en este trabajo no se tienen evidencias contundentes, las observaciones realizadas durante la campaña de mediciones sugieren que existen variaciones importantes en el tamaño de grano y en la dinámica de las aguas en el tramo donde se midieron los perfiles.

Los polinomios son expresiones que aproximan muy bien las formas de los perfiles observados y los de orden 4 y 5 modelan de manera adecuada las barras arenosas pero en estos modelos no subyace ninguna información relativa a los procesos costeros. Estos modelos polinomiales de orden superior permiten en cambio estimaciones precisas de la forma de las playas arenosas y pueden ser utilizados para cuantificar cambios con una estadística formal.

La técnica de ajuste empleada en este trabajo tiene la ventaja de que permite estimaciones del error estándar e intervalos de confianza para los parámetros de los modelos, esto permite inferencias sobre la igualdad o diferencia estadística de las curvas de ajuste.

En gran medida la utilidad práctica de los modelos de perfil en equilibrio son su capacidad para representar las formas y permitir comparaciones objetivas y en este sentido los modelos polinomiales de orden superior mostraron ser los más adecuados.

El modelo de Inman permitió buenas aproximaciones a la forma de los perfiles, sin embargo el cálculo de los coeficientes requirió el uso de un coeficiente m constante, con valor de 3 y la inclusión de parámetros que en realidad son variables observables (x_0 y h_0) de las formaciones arenosas en las playas. Este modelo tiene la ventaja que permite, mediante una variación en la ecuación básica representar más de una barra arenosa (Hsu *et al.* 2006) y en este sentido puede responder a formas observables en las costas de Yucatán. En el caso estudiado este modelo permite la ubicación de un punto muy importante en la dinámica de la playa: la profundidad h_0 y la distancia a la que se encuentra esta profundidad (x_0). En el modelo marca el inicio de la inflexión donde se presenta la barra arenosa, y en los perfiles analizados este punto se encuentra antes de la barra arenosa. La particularidad es que marca el límite de una concavidad que seguramente responde a procesos de disipación de energía en las playas.

El modelo de Hsu permite muy buenas aproximaciones a las formas observadas de los perfiles de este trabajo, sin embargo este modelo presenta complicaciones para la estimación de cinco coeficientes que en el caso de A_1 y B_1 presentan una relación exponencial y en el caso de B_2 y B_3 muestran una relación lineal (Hsu *et al.* 2006). Esto dificulta el proceso de estimación de los parámetros por los métodos de regresión no lineal y complica las inferencias relacionadas a comparaciones entre los parámetros. Por otra parte la interpretación de los parámetros en relación a los procesos morfodinámicos de las playas no tiene todavía una fundamentación consistente (Hsu *et al.* 2006).

CONCLUSIONES

Los modelos de Dean y Bodge son una herramienta útil para aproximar los perfiles de playa de Progreso Yucatán y aunque presentan limitaciones para representar las formas de las barras arenosas su relación con las características del sedimento y algunas formas características de las playas de Yucatán los hace sujetos de interés para estudios más profundos.

Los polinomios de orden 5 representan de una manera más precisa las formas de los perfiles de playa y bajo las técnicas de estimación usadas en este trabajo permiten comparaciones formales entre perfiles.

El modelo de Inman permite buenas representaciones de los perfiles y ofrece posibilidades de representación de perfiles más complejos con la presencia de más de una barra arenosa. El modelo de Hsu es un modelo que representa bien las formas

observadas en las costas de Yucatán pero presenta dificultades para el proceso de estimación de los parámetros y la interpretación de estos parámetros no es consistente con las características morfodinámicas de las playas arenosas.

RECONOCIMIENTOS

Al apoyo brindado por el fondo FOMIX: CONACyT Yucatán mediante el proyecto No YUC-2005-C04-21289.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, F. and FERREIRA, M.A. (2006). A simple method of measuring beach profiles. *Journal of Coastal Research*. 22(4), 995-999. West Palm Beach (Florida), ISSN 0749-0208.

ANFUSO G. AND N. RUIZ. (2004). Morfodinámica de una playa mesomareal expuesta con terraza de baja mar (Faro, Sur de Portugal). *Ciencias Marinas* 30(4):575-584.

BERNABEU A.M., MEDINA R. Y C. VIDAL. (2002a). Efecto de la reflexión sobre la forma de equilibrio del perfil de playa: validación para la costa de la península Ibérica. *Rev. C. & G.*, 16-(1-4), 83-95.

BERNABEU A.M., MEDINA R. Y C. VIDAL. (2002b). An equilibrium profile model for tidal environments. *SCI. MAR.*, 66 (4): 325-335

BERNABEU A.M., MEDINA R. Y C. VIDAL. (2002c). Influencia de un sustrato rocoso en la morfología del perfil de playa: Playa Victoria, Cádiz. *Ciencias Marinas* 28 (2): 181-192.

CUPUL-MAGAÑA L.A. Y M.A. TÉLLEZ-DUARTE (1997). Variaciones espaciotemporales de la fauna macrobentónica de una playa arenosa y su relación con los cambios del perfil de la playa y el tamaño de grano de los sedimentos, en Playa Pelicano. Baja California. *Ciencias Marinas* 23 (4): 419-434.

DELGADO I., and LLOYD G. (2004). A simple low cost method for one-person beach profiling. *Journal of Coastal Research* 20(4): 1246-1252. West Palm Beach (Florida), ISSN 0749-0208.

HSU. T.W.; TSENG, I.F., and LEE, C.P. (2006). A New Shape Function for Bar-Type Beach Profiles, *Journal of Coastal Research*. 22(3), 728-736, West Palm Beach (Florida), ISSN 0749-0208.

MEDINA R.; VIDAL C.; GONZALEZ M.; BERNABEU A.M. Y J. GALOFRÈ. (2001). Modelado de la Morfodinámica de las playas por medio de formulaciones de "Equilibrio". *Física de la Tierra* 13: 95-117. SIN: 0214-4557.

NOLASCO-MONTERO, E; CARRANZA-EDWARDS, A. (1987). Estudio sedimentológico regional de playas de Yucatán y Quintana Roo, México. *An. Inst. Cienc. del Mar y Limnol. Univ. Nal. Auton. México*, 15(2): 49-65

Este documento se debe citar como:

Zetina M. C. E., Sánchez y P. I., Osorio R. H., Mariño T. I., Castillo Ch. R.J. y Cauich T. J.C. (2008). **Análisis de modelos de perfil de playa en equilibrio aplicados a una playa de Yucatán, México.** *Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY*, 12-3, pp. 15-32, ISSN: 1665-529X