

Síntesis Dimensional Óptima de un Mecanismo Planar RRRR Usando Algoritmos Genéticos

Peón Escalante, R.¹, Méndez Gamboa, J., Villanueva López, C.³, Pech Oy, D.⁴

Fecha de recepción: 29 de marzo de 2009 - Fecha de aceptación: 28 de agosto de 2009

RESUMEN

En este trabajo se presenta la síntesis dimensional de un mecanismo de cuatro barras que se optimiza empleando una técnica de cómputo evolutivo conocida como Algoritmos Genéticos. Se presenta la idea de síntesis simultánea considerando los problemas de generación de trayectoria y movimiento. Con la técnica aquí empleada se generan trayectorias con un número arbitrario de puntos, el cual queda restringido únicamente al esfuerzo de cómputo, y se garantiza que los extremos obtenidos sean mínimos absolutos sin necesidad de conocer previamente el espacio de búsqueda. El planteamiento del problema y las restricciones consideran los defectos de ramificación, de orden y de Grashof. El método de optimización empleado arroja como resultado mecanismos realizables en la práctica. La efectividad y robustez del método propuesto se muestra con dos casos de estudio.

Palabras Clave: Algoritmos genéticos, Síntesis Aproximada, Síntesis de Mecanismos.

Optimal Dimensional Synthesis of a Planar Mechanism RRRR Using Genetic Algorithms

ABSTRACT

In this document the optimal dimensional synthesis for a four bars mechanism using genetics algorithm is presented. The proposed methodology is usable for simultaneous path and movement synthesis. With the developed technique, paths with an arbitrary number of points are generated only constrained to computational effort, in addition, the extremities obtained are absolute minimal without previous knowledge of the search space. Branch, order and Grashof defects are considered. The effectiveness of the proposed methodology has been verified by three simulation studies.

Key words: Genetic Algorithm, Synthesis Approximate, Mechanism Synthesis.

1

¹ Cuerpo Académico de Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería-UADY. E-mail: rpeon@uady.mx.

² Cuerpo Académico de Ingeniería Física. Facultad de Ingeniería-UADY.

³ Cuerpo Académico de Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería-UADY.

⁴ Estudiante de Licenciatura en Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería-UADY.

INTRODUCCIÓN

La síntesis dimensional de mecanismos consiste básicamente en hallar una solución a los problemas de generación de trayectoria, función o movimiento. Existen al menos tres tipos de métodos para tal fin (Hartenberg y Denavit, 1964). Los métodos gráficos presentan una solución rápida a costa de sacrificar exactitud, sin embargo, esto ya no se justifica debido al crecimiento de las capacidades de procesamiento de los equipos de cómputo, por lo que su uso ha quedado limitado. Los métodos analíticos se basan en expresiones algebraicas, matrices de desplazamiento o números complejos, que permiten que el sistema pase por un número dado de puntos de precisión. La principal desventaja de estos métodos es que el número máximo de puntos de precisión que se pueden fijar quedan condicionados a pasar exactamente en un número de puntos igual al número de parámetros independientes que definen al mecanismo (Hartenberg y Denavit, 1964; Suh y Radcliffe, 1978; Sandor y Erdman, 1984; Mabie y Reinholtz, 1998; Norton, 1995). A través de este método de síntesis se obtienen diseños de mecanismos que son capaces de alcanzar las posiciones de precisión que le son especificadas, pero pueden llegar a desviarse de una trayectoria deseada entre dichos puntos, dando como resultado mecanismos que resultan imprácticos. Para evitar lo anterior, se deben de examinar los diseños obtenidos para verificar la existencia de puntos muertos (agarrotamiento), ventaja mecánica, etc. Además, usando estos métodos analíticos, podrían presentarse otros problemas de diseño que no son considerados durante el proceso de síntesis, conocidos como defectos en los mecanismos (Mabie y Reinholtz, 1998), provocando que el mecanismo no cumpla con la tarea para la cual fue diseñado; tales defectos son: de rama, de orden y de Grashof.

Finalmente, los métodos de optimización se basan en métodos numéricos y son capaces de admitir un número muy grande de puntos de diseño consintiendo una pérdida en la exactitud. Éstos se formulan como un problema de programación no lineal. La solución óptima se encuentra al realizar la minimización de una función objetivo bajo un procedimiento iterativo, la cual se define como una diferencia entre el movimiento generado y el especificado, conocida como el error estructural (Suh y Radcliffe, 1978). Uno de los primeros trabajos se reporta en (Fox y Gupta, 1973), donde se aborda la síntesis de trayectoria para un mecanismo de cuatro barras en el que el índice de desempeño a minimizar es el área entre las curvas deseadas y obtenidas, sujetas a restricciones de igualdad y desigualdad. Posteriormente, en (Suh, 1973), se presenta un método de síntesis óptima que se puede aplicar tanto a

mecanismos planos como a esféricos y espaciales, haciendo uso de matrices de desplazamiento. Angeles et al. (1988) presentan un método para realizar la síntesis de un mecanismo plano de cuatro barras tipo RRRR para la generación de trayectoria, aplicando el método de Newton-Gauss con reflexiones de Householder, amortiguamiento y continuación, eliminando el defecto de rama.

El problema de generación de trayectoria requiere encontrar el mecanismo que realice de manera adecuada una curva, esto es, en forma, tamaño, orientación y posición, por medio de un punto de su eslabón acoplador. Ullah y Kota, (1994; 1996) dividen este problema de diseño en dos etapas. Para la primera parte se emplea el método de búsqueda global estocástica, derivada del método conocido como simulado, y después el método de Powell, y la función objetivo basada en descriptores de Fourier que evalúa solamente las diferencias de forma entre las curvas generada y deseada. El tamaño, orientación y posición de la curva deseada se especifica en una etapa siguiente determinando los puntos análogos entre la curva deseada y la candidata. Vasiliu y Yannou (1998) se concentran en la trayectoria deseada, que representan de manera aproximada con cinco términos de una serie de Fourier y luego hacen uso de una red neuronal para sintetizar un mecanismo que genere la forma aproximada de la trayectoria. Liu y Yang (1999) proponen un método que emplea una combinación de los de continuación y optimización donde no se requiere una suposición inicial, obteniendo así soluciones adecuadas en tiempos relativamente cortos. En (Fang, 1994; Avilés, 1994; Cabrera et al., 2002), se usan algoritmos genéticos (AG) y se realiza la síntesis para un mecanismo planar RRRR atacando el problema de generación de trayectoria. Laribi et al. (2004) presentan un método que combina el AG convencional con un controlador de lógica difusa para resolver el problema de generación de trayectoria. El controlador monitorea la variación de las variables de diseño durante la primera generación del proceso del AG y modifica los intervalos de frontera iniciales para reanudar la segunda vuelta del AG. Smaili y Diab (2007) realizan la síntesis de un mecanismo de cuatro barras mediante la aplicación de un algoritmo *ant-gradient*, el cual es una combinación de la optimización basada en las colonias de hormigas y el método de búsqueda por gradiente, asimismo muestran la idea de mecanismos que desempeñan tareas híbridas.

En el presente documento se muestra la solución de la síntesis óptima de un mecanismo planar de cuatro barras RRRR, el cual consiste en transportar un objeto a través de una trayectoria formada por varios puntos,

cuidando además que para algunos puntos se alcance una orientación requerida en el eslabón acoplador. Presentamos la idea de síntesis simultánea de generación de movimiento y trayectoria prescrita para abordar el problema anterior. Los algoritmos genéticos permiten diseñar mecanismos que superan las limitaciones del método analítico, especificando un número de puntos de precisión mayor que el número de parámetros independientes del mecanismo. Además, se examina el método presentado para generar mecanismos capaces de ejecutar trayectorias lineales.

METODOLOGÍA

En este artículo se resuelve el problema de hallar las dimensiones óptimas de un mecanismo de cuatro barras planar que sea capaz de pasar por unas posiciones especificadas por medio de un punto perteneciente a su eslabón acoplador.

La generación de trayectoria prescrita consiste en controlar un punto P del eslabón acoplador tal que sea capaz de pasar tan cerca como sea posible de un conjunto discreto de puntos dados U describiendo una trayectoria (Norton, 1995). En la figura 1 se muestra un mecanismo de cuatro barras cuyos parámetros de diseño son $a, b, c, d, e, \alpha_1, \alpha_2$. Partiendo del método presentado por Angeles et al (1988), se emplea un conjunto alternativo de parámetros de diseño; éste se forma a partir de las ocho coordenadas cartesianas correspondientes a los puntos A, B, C y D , situados en los pivotes del mecanismo.

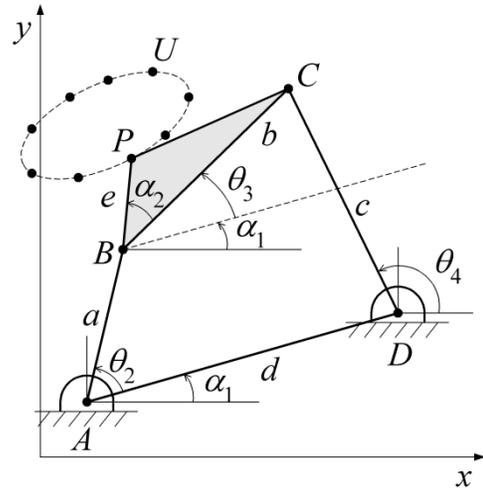


Figura 1. Mecanismo RRRR generador de trayectoria.

Síntesis de mecanismos. La figura 1 muestra al mecanismo de cuatro barras en una configuración prescrita cualquiera, donde xy es un sistema cartesiano de coordenadas fijo; AB, BC, CD y AD son los eslabones de entrada o manivela, acoplador, seguidor y bancada, respectivamente. Los puntos B, P y C definen un cuerpo rígido, $P_i(x_i, y_i)$ es el punto de interés perteneciente al eslabón acoplador, el ángulo inicial de entrada queda representado por $\theta_{2,0}$, cuya orientación se determina empleando

$$\theta_{2,0} = \tan^{-1} \left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \right) \quad (1)$$

El ángulo de orientación θ_3 , del eslabón acoplador se expresa en términos de las dimensiones de los eslabones y el ángulo de entrada, a partir de la ecuación de Freudenstein (Norton, 1995). Dicha ecuación produce dos valores posibles de θ_3 para cada uno de los n puntos de interés:

$$\theta_{3,i\pm} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-K_B \pm \sqrt{K_B^2 - 4K_A K_C}}{2K_A} \right), \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

donde:

$$K_A = \sin \theta_{2,i} - k_1 + k_2 \cos \theta_{2,i} + k_3, \quad K_B = -2 \sin \theta_{2,i}, \quad K_C = k_1 + (k_2 - 1) \cos \theta_{2,i} + k_3$$

con $k_1 = \frac{d}{a}, k_2 = \frac{d}{b}, k_3 = \frac{c^2 - a^2 - a^2 - b^2}{2ab}$

Función Objetivo. Sean $P = (P_x, P_y)$ y $U = (U_x, U_y)$ las coordenadas del punto generado y el deseado respectivamente. A la diferencia existente entre el movimiento generado y el especificado, se le conoce como el error estructural (Suh y Radcliffe, 1978; Angeles et al., 1988).

Las coordenadas del punto $P_i(P_{xi}, P_{yi})$, del eslabón acoplador pueden ser expresadas en términos de las dimensiones de los eslabones como se muestra a continuación:

$$P_{x_i} = x_A + a \cos(\alpha_1 + \theta_2) + e \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \theta_3) \quad (3)$$

$$P_{y_i} = y_A + a \sin(\alpha_1 + \theta_2) + e \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \theta_3) \quad (4)$$

El problema de la síntesis dimensional óptima de mecanismos se observa como un proceso de minimización, ya que se requiere que el error estructural sea lo más pequeño posible. El punto del eslabón acoplador deberá ser capaz de generar una trayectoria definida a través de puntos separados, con un mínimo error. Para medir el error estructural

emplearemos la norma euclidiana. Para considerar el problema de la orientación del eslabón acoplador también se debe tomar en cuenta el error entre la orientación obtenida y la requerida. De esta manera la función objetivo para resolver el problema planteado se define como

$$F(\theta_{2,i}) = \sum_{i=1}^n d_i^2 + \sum_{j=1}^l \delta_j^2 = \sum_{i=1}^n \left[(P_{x_i} - U_{x_i})^2 + (P_{y_i} - U_{y_i})^2 \right] + \sum_{j=1}^l (\theta_3 - \theta_{3,d})^2 \quad (5)$$

donde el contador j indica los puntos donde se consideran los ángulos del acoplador.

En la síntesis de mecanismos no existe la certeza de que el mínimo global corresponde al diseño óptimo y cada diseño posible correspondiente a un mínimo local de la función objetivo deberá ser examinado independientemente para evaluar sus cualidades (Suh y Radcliffe, 1978).

extremales (puntos máximos o mínimos) en funciones multiparamétricas, no lineales y multimodales.

Diseño del Algoritmo Genético. Los AG son una poderosa herramienta matemática empleada para optimizar funciones de múltiples variables independientes. Se emplean como métodos de búsqueda de soluciones óptimas que emulan la evolución natural, normalmente para encontrar los

Los métodos convencionales de optimización se ven limitados por el tiempo de cálculo computacional. En cambio, los AG presentan un buen desempeño en cuanto a consumo de tiempo de máquina en la solución del problema de síntesis y generación de trayectoria.

Los valores que se generan de manera aleatoria son las coordenadas cartesianas de cada uno de los pivotes del mecanismo mostrados en la figura 1 a través de las literales A, B, C y D , a saber:

$$A = (x_A, y_A), \quad B = (x_B, y_B), \quad C = (x_C, y_C), \quad D = (x_D, y_D).$$

Un único ángulo de entrada $\theta_{2,i}$ se evalúa por separado para cada punto dado U_i de la trayectoria en cada iteración, a partir de esto es posible eliminar los ángulos prescritos del conjunto de incógnitas del problema de optimización. Además en la formulación del problema, P_1 llega a ser coincidente con U_1 . Por lo tanto, los parámetros de diseño para un mecanismo de cuatro barras quedan determinados por ocho variables, agrupando éstas en un vector de dimensión

ocho para construir el cromosoma genético para cada uno de los individuos, quedando:

$$\mathbf{x} = [x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_D, y_D]^T \quad (6)$$

Los parámetros a, b, c, d, e, α_1 y α_2 pueden obtenerse de las coordenadas cartesianas dadas en el vector \mathbf{x} , empleando las ecuaciones (7)-(13).

$$a = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (7)$$

$$b = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \quad (8)$$

$$c = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} \quad (9)$$

$$d = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} \quad (10)$$

$$e = \sqrt{(U_{x_1} - x_B)^2 + (U_{y_1} - y_B)^2} \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} \right) \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{U_{y_1} - y_B}{U_{x_1} - x_B} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \right) \quad (13)$$

Se realizaron varias modificaciones importantes con respecto al AG canónico de Goldberg (Goldberg, 1989), debido a que se trata de un problema de optimización altamente no lineal restringido. La

primera modificación corresponde al módulo de la población inicial, la cual deberá ser generada al azar dentro del AG, de manera que cumpla con:

Condición de Grashof: La ley de Grashof establece que “la suma de los eslabones más corto y más largo de un eslabonamiento plano de cuatro barras no puede ser mayor que la suma de los dos restantes eslabones para que tenga una rotación relativa continua entre dos eslabones” (Norton, 1995; Sandor y Erdman, 1984), así se puede asegurar el ensamble para todas las posiciones estableciendo la siguiente restricción

$$l + s \leq p + q \quad (14)$$

donde l es la longitud del eslabón más grande, s la longitud del eslabón más corto y p y q las longitudes de los eslabones restantes.

Condición de Manivela: Esta restricción garantiza que la longitud de la manivela, representada por la literal a en la figura 1, sea el eslabón más pequeño de manera que el mecanismo pueda ser movido por medios externos fácilmente. Para ello se plantean las siguientes restricciones

$$a < b, a < c, a < d \quad (15)$$

Para que las longitudes de los eslabones generadas por el AG puedan admitir todo valor de θ_2 ($0 \leq \theta_2 \leq 2\pi$), es importante cuidar que el discriminante de la ecuación (2) sea mayor que cero, con lo que se evita que las longitudes de los eslabones sean incapaces de conectarse para alguna posición. Estas restricciones evitan una convergencia prematura de la solución y reducen el tiempo de computo empleado para buscar el diseño adecuado. En la figura 2 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo genético, cuyos bloques se describen a continuación.

Población inicial. Se genera aleatoriamente una población de individuos. Cada individuo de la población es una posible solución al problema correspondiendo al vector \mathbf{x} de la ecuación (6) dentro de un espacio de búsqueda definido.

Evaluación. A cada uno de los cromosomas de la población se aplicará la función de aptitud para saber qué tan buena es la solución que se está codificando. Para iniciar con el proceso de evolución es necesario realizar los siguientes operadores genéticos: selección, reproducción, mutación.

Selección. Dos individuos de la población forman al azar una pareja. La selección se lleva a cabo al escoger de manera aleatoria a cada individuo teniendo mayor probabilidad de ser elegido el que tenga mayor aptitud de acuerdo con la función objetivo.

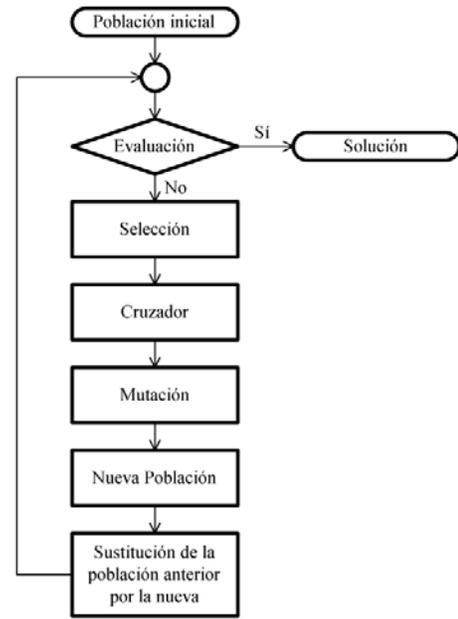


Figura 2. Diagrama de flujo del algoritmo genético.

Cruzador. En la reproducción natural de las especies, los genes de los padres son intercambiados para formar los genes de sus descendientes.

Para el intercambio genético ó cruza de los códigos genéticos de individuos exitosos se utiliza cruzamiento de un punto. Para cada par de cadenas (dos individuos) se elige de manera aleatoria un punto de corte entre dos bits de la longitud de cadena que representan el cromosoma. La posición del punto de corte es seleccionada uniformemente al azar entre 1 y la longitud de la cuerda menos uno $[1, l - 1]$, (Goldberg, 1989). A partir de la posición de corte se intercambian los segmentos derechos de cada individuo (o lados izquierdos), resultando de esto dos hijos que poseen un código híbrido (Kuri y Galaviz, 2002).

Mutación. El equivalente artificial de este evento en los algoritmos genéticos consiste, en la alteración arbitraria del valor de una posición de la cadena. Para el caso de una representación binaria, la alteración para uno de los genes del cromosoma elegido aleatoriamente, consiste en cambiar un cero por un uno y viceversa. En los AG se adopta una probabilidad muy baja de mutación, por ejemplo, una mutación por cada mil bits (Goldberg, 1989). Este operador genético sirve como factor de diversificación genética, provocando que se exploren regiones del espacio de búsqueda del problema que no se han visto aún (Kuri y Galaviz, 2002), de este modo se evita una convergencia prematura y quedar atrapado en óptimos locales.

Reemplazo. Una vez aplicados los operadores genéticos, se seleccionan los mejores individuos para conformar la población de la generación siguiente.

Condición de término. El AG se deberá detener cuando se alcance la solución óptima, pero ésta generalmente se desconoce, por lo que se deben utilizar otros criterios de detención. Normalmente se usan dos criterios: correr el AG un número máximo de iteraciones (generaciones) o detenerlo cuando no haya cambios en la población.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se muestra la utilidad del AG probándolo con tres experimentos, respetando en todos los casos que la solución inicial sea generada al azar. Se implementó el AG empleando el lenguaje C++ con el compilador GNU Compiler Collection (GCC) en el sistema operativo Ubuntu, en una

computadora portátil con un procesador Intel® Core™ 2 Duo T5450 y 2 Gb en memoria RAM.

Experimento 1. Generación de trayectoria prescrita. Se requiere generar una trayectoria con 18 puntos listados en la Tabla 1. Con el propósito de tener un punto de referencia, los resultados se comparan con los métodos de optimización reportados en la literatura. Aunque el vector de variables de diseño empleado es diferente, es posible hacer la comparación utilizando las ecuaciones (7)-(13). Kunjur y Krishnamurthy (1997) propusieron primero este experimento (AG KK), para comparar un AG con los métodos de gradiente exacto y diferencia central. Este experimento sirve como prueba en (Cabrera et al., 2002) usando un AG como método modificando los operadores genéticos (AG CSP).

Tabla 1. Generación de trayectoria prescrita.

<i>i</i>	θ_2	Punto deseado $P(x_i, y_i)$	Punto generado $U(x_i, y_i)$	<i>i</i>	θ_2	Punto deseado $P(x_i, y_i)$	Punto generado $U(x_i, y_i)$
1	30°	(0.5, 1.1)	(0.5155, 1.0961)	10	210°	(0.03, 0.3)	(0.0085, 0.2330)
2	50°	(0.4, 1.1)	(0.5797, 1.0424)	11	230°	(0.1, 0.25)	(-0.0217, 0.3887)
3	70°	(0.3, 1.1)	(0.5758, 0.9191)	12	250°	(0.15, 0.2)	(-0.0217, 0.5103)
4	90°	(0.2, 1)	(0.5077, 0.7398)	13	270°	(0.2, 0.3)	(-0.0065, 0.6440)
5	110°	(0.1, 0.9)	(0.4132, 0.5533)	14	290°	(0.3, 0.4)	(0.0405, 0.7769)
6	130°	(0.05, 0.75)	(0.3133, 0.3947)	15	310°	(0.4, 0.5)	(0.1121, 0.8975)
7	150°	(0.02, 0.6)	(0.2175, 0.2844)	16	330°	(0.5, 0.7)	(0.2040, 0.9963)
8	170°	(0, 0.5)	(0.1318, 0.2317)	17	350°	(0.6, 0.9)	(0.3092, 1.0658)
9	190°	(0, 0.4)	(0.0607, 0.2368)	18	370°=10°	(0.6, 1)	(0.4176, 1.1006)

Se emplea el AG con $P_c=0.6$, $P_m=0.03$, con una población de 150 individuos durante 300 generaciones. El intervalo del espacio de búsqueda para todas las variables de diseño se define de $-4 \leq x \leq 4$ con una resolución de 12 bits. Se obtiene el individuo con el menor error evaluando la función objetivo en la interacción 293. Las coordenadas cartesianas de las articulaciones del mecanismo se listan en la tabla 2.

En la tabla 3 se proporcionan las dimensiones del mecanismo obtenidas por el método propuesto en el presente trabajo y su comparación con los resultados

reportados, obteniendo el error más pequeño para los esquemas que manejan métodos heurísticos con el menor número de evaluaciones.

Tabla 2. Coordenadas cartesianas de las juntas

Junta	Coordenadas
A	(3.3528 , -2.1994)
B	(3.4310 , -1.9648)
C	(7.3802 , 1.3196)
D	(7.1456 , 0.7722)

Tabla 3. Resultados del experimento con diferentes métodos.

	Diferencias centrales	Gradiente exacto	AG KK	AG CSP	AG Propuesto
No. de eval.	505	240	5000	5000	293
Error final	2.66×10^{-2}	1.68×10^{-2}	4.30×10^{-2}	2.45×10^{-2}	1.924×10^{-2}
d	2.8	2.85452	1.87966	3.057878	4.8183
a	0.36	0.3635355	0.274853	0.237803	0.2473
b	2.91	2.91374	1.18253	4.828954	5.1365
c	0.49845	0.49374	2.138209	2.056456	0.5956
x_0	0.95	0.95928	1.132062	1.776808	3.3528
y_0	-1.18289	-1.19645	0.663433	-0.641991	-2.1994
α_1	43.5442°	43.7728°	249.4787°	57.4200°	38.0788°
θ_2	29.2208	29.3194	146.5984	12.9595	33.4863 $^\circ$

La evolución del error durante cada una de las generaciones del algoritmo genético se ilustra en la Figura 3. La Figura 4 muestra la posición de los

puntos deseados, los puntos obtenidos y la trayectoria generada por el mecanismo.

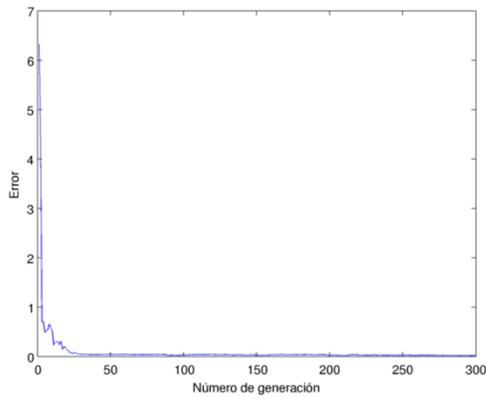


Figura 3. Evolución del error durante las generaciones del AG.

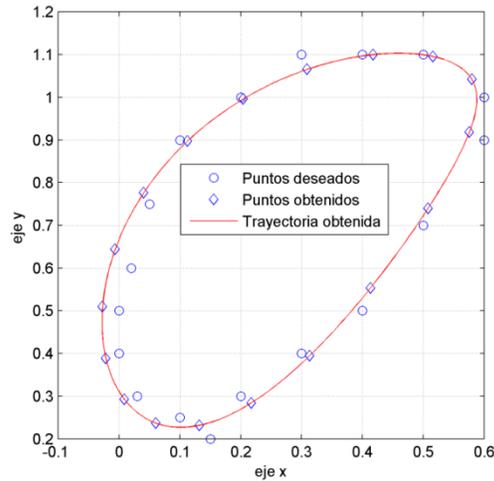


Figura 4. Curva generada por el acoplador del mecanismo óptimo.

El mecanismo obtenido con el menor error se presenta en la Figura 5.a, donde podemos distinguir cada uno de los eslabones y la trayectoria generada. Una de las ventajas de emplear los métodos de optimización es la posibilidad de elegir, entre los

diseños mejor evaluados, una configuración mecánica que realice convenientemente la tarea requerida y sea fácil de manufacturar. Uno de estos diseños se muestra en la Figura 5.b.

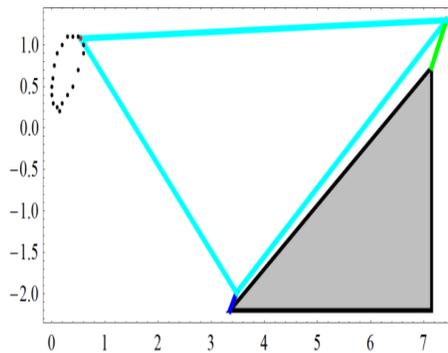
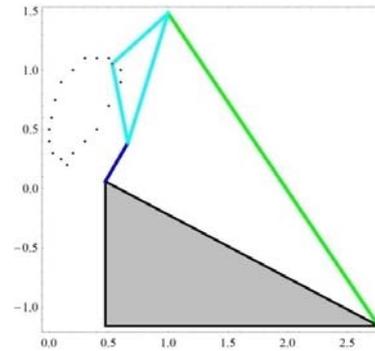


Figura 5. a) Diseño con la mejor calificación.



b) Otro diseño

Experimento 2. Generación de línea recta. Para la generación de línea recta se eligió un mecanismo de cuatro barras de Hoekens que tiene la cualidad de generar aproximadamente una línea recta. Las longitudes de éste mecanismo guardan las siguientes relaciones: $d = 2a$, $h = 2.5a$, $c = h$, $e = h$. El vector con las variables de diseño queda:

$x = [x_a, y_a, x_d, y_d]^T$. La trayectoria lineal se planea con nueve puntos con tiempo prescrito, para el intervalo de $(90^\circ \leq \theta_2 \leq 270^\circ)$ para la manivela, el tiempo restante se aprovecha en volver a alcanzar la postura inicial. Estas condiciones se describen en la tabla 4.

Tabla 4. Trayectoria deseada del experimento 2.

Punto	Ángulo de Manivela prescrito	Coordenadas del Punto Acoplador			
		Punto Especificado		Punto Generado	
		P_X	P_Y	U_X	U_Y
1	90	8	10	7.9309	9.9509
2	112.5	7	9.5	7.0477	9.5269
3	135	6	9	6.0509	9.0351
4	157.5	5	8.5	5.0290	8.5111
5	180	4	8	4.0037	7.9900
6	202.5	3	7.5	2.9710	7.4835
7	225	2	7	1.9381	6.9815
8	247.5	1	6.5	0.9461	6.4802
9	270	0	6	0.0764	6.0291

El AG se desarrolló con una población de 150 individuos, una probabilidad de cruzamiento $P_c=0.5$, una probabilidad de mutación $P_m=0.0555$ y una resolución de 12 bits durante 1000 generaciones. El intervalo del espacio de búsqueda para las coordenadas cartesianas de los pivotes fijos se define

como: $-2 \leq A \leq 9$ y $-2 \leq D \leq 9$. Después de 860 generaciones se encuentra la solución óptima con un error en la función objetivo de 0.030353. Las características del mecanismo óptimo se listan en la Tabla 5.

Tabla 5. Coordenadas cartesianas de las articulaciones y dimensiones del mecanismo óptimo.

Coordenadas de los pivotes		Dimensiones del Mecanismo	
A	(3.998291,-1.825397)	a	2.1948
B		b	5.4870
C		c	5.4870
D	(7.925519,0.135531)	d	4.3896
		e	4.2407
		α_1	0.6646

Tanto las posiciones deseadas como las obtenidas, así como la trayectoria generada y el mecanismo que se obtiene después del proceso de optimización se muestran en la Figura 6.

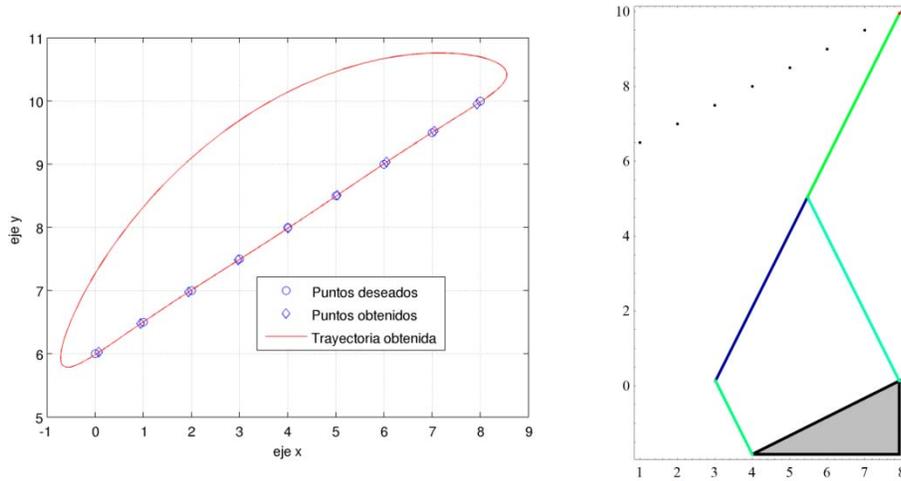


Figura 6. Curva del acoplador generado por el AG y mecanismo obtenido.

Como resultado del trabajo del AG tenemos la evolución de error en cada una de las generaciones presentado en la Figura 7. Para poder apreciar de

mejor manera la magnitud y evolución del error se emplea una escala logarítmica.

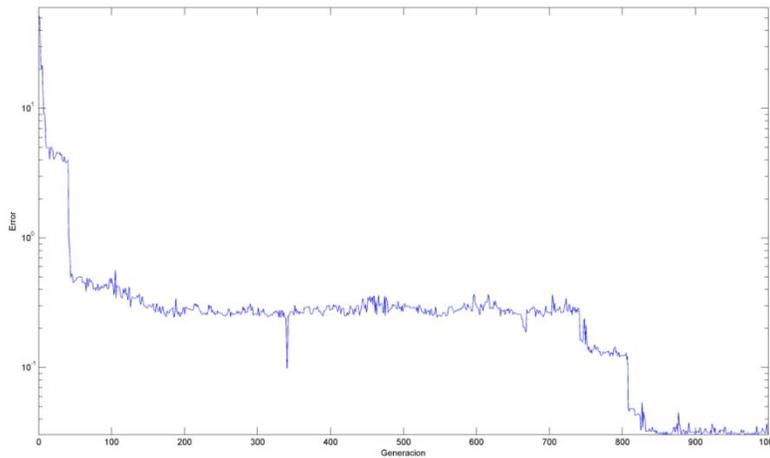


Figura 7. Evolución del error en escala logarítmica a través de las generaciones.

Experimento 3. Síntesis óptima combinada de generación de trayectoria y de movimiento. Para probar la robustez del método, se realizó un experimento de síntesis y generación de trayectoria y movimiento simultáneamente. Refiriéndonos a la Tabla 6, se requiere que el mecanismo genere movimiento para los tres primeros puntos y que

genere una trayectoria del punto 4 al 9. El vector de diseño es:

$$\mathbf{x} = [x_{a1}, y_{a1}, x_{h1}, y_{h1}, x_{c1}, y_{c1}, x_{d1}, y_{d1}]^T.$$

Los ángulos de manivela se calculan como $\theta_{2,0}$ y decrementos de 40° respecto al ángulo prescrito anterior y $\theta_{2,0}$ es el ángulo para la posición de ensamble de la manivela.

Tabla 6. Puntos de la trayectoria, ángulos de la entrada y del acoplador deseados y obtenidos.

Punto	Ángulo de Manivela θ_2	Coordenadas del Punto "P" y ángulos del eslabón acoplador					
		Punto Especificado			Poner los valores correctos		
		P_x	P_y	θ_3	P_x	P_x	θ_3
1	52.0948	3	7.8	1	2.9691	7.8450	0.9977
2	12.0948	3	6.3	1.2	2.9989	6.3648	1.1705
3	-27.9052	1.8	4.5	1.3	1.8774	4.4276	1.3617
4	-67.9052	0.3	3	-	0.4053	3.1557	-
5	-107.9052	-0.9	3.3	-	-0.8948	3.2016	-
6	-147.9052	-1.5	4.5	-	-1.5670	4.3938	-
7	-187.9052	-1.2	6	-	-1.2634	6.1260	-
8	-227.9052	-0.3	7.5	-	-0.0077	7.6409	-
9	-267.9052	1.8	8.4	-	1.6952	8.3065	-

Empleando el AG con $P_c=0.7$, $P_m=0.03$ y una resolución de 14 bits durante 300 generaciones para una población de 150 individuos y con el espacio de búsqueda para las variables $x_a, y_a, x_b, y_b, x_c, y_c, x_d, y_d$,

de $0 \leq x_i \leq 17$, obtenemos al individuo con el menor error en la función objetivo en la interacción 91 con un error de 0.27091 que tiene las características que se muestran en la tabla 7.

Tabla 7. Coordenadas cartesianas de las juntas y dimensiones del mecanismo óptimo.

Coordenadas de los pivotes		Dimensiones del Mecanismo	
A	(1.7339,0.7149)	a	2.4119
B	(3.2157,2.6180)	b	15.9561
C	(11.3862,16.3234)	c	15.3123
D	(12.1541,1.0304)	d	10.4250
		e	5.186469
		α_1	0.030264
		α_2	0.579190

Tanto las posiciones deseadas como las obtenidas, así como la trayectoria generada y el mecanismo que se

obtiene después del proceso de optimización se muestran en la Figura 8.

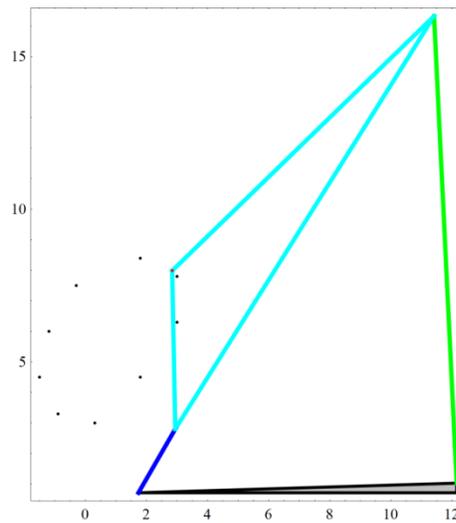
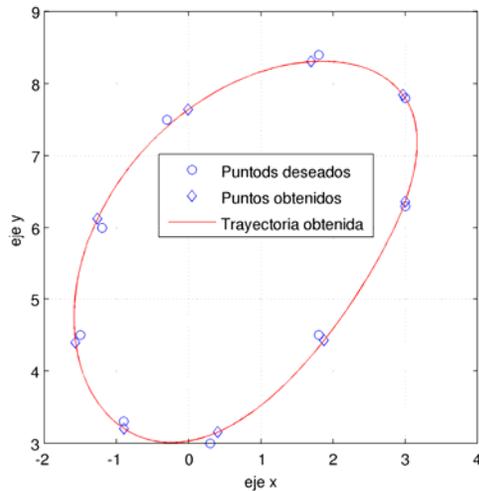


Figura 8. Curva del acoplador generado por el AG y mecanismo obtenido.

Como resultado del trabajo del AG tenemos la evolución de error en cada una de las generaciones presentado en la Figura 9.

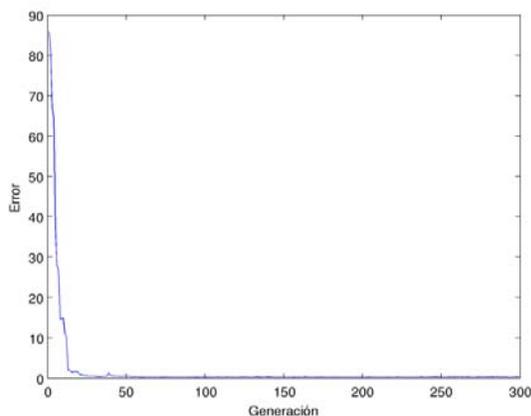


Figura 9. Evolución del error a través de las generaciones del experimento tres.

CONCLUSIONES

Este artículo trata sobre la síntesis dimensional óptima de un mecanismo planar de cuatro barras resolviendo el problema con un AG como herramienta de optimización. Se describe brevemente el algoritmo genético. El método empleado resulta ser fácil y simple de implementar. Se comparó el método

propuesto con un problema reportado en la literatura para realizar una trayectoria de 25 puntos, obteniendo el error más pequeño para los esquemas que manejan métodos heurísticos. Se probó la metodología mostrada para obtener diseños de mecanismos capaces de generar líneas rectas. Por último, se muestra la síntesis simultánea, al considerar los problemas de generación de trayectoria y movimiento concurrentemente.

Una de las ventajas de emplear métodos de optimización es que se puede seleccionar, a partir de la última generación de individuos que tienen la aptitud más alta, el mejor diseño mecánico considerando aspectos de tamaño y posibles problemas de manufactura. Se garantiza el comportamiento del mecanismo entre los puntos de la trayectoria, al atender los problemas de orden, rama y Grashof gracias al cumplimiento de las restricciones de igualdad y desigualdad y al vector de variables de diseño seleccionado. Si bien el trabajo se concentró en la síntesis dimensional de un mecanismo tipo RRRR, la técnica empleada podría adaptarse para otro tipo de mecanismos tanto planares como esféricos y espaciales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Angeles J., Alvizatos A., Akhras R. (1988). An Unconstrained Nonlinear Least-Square Method of Optimization of RRRR Planar Path Generators. *Mechanism and Machine Theory*, 23(5), 343-353.
- Avilés, R. et al. (1994). An Energy-Based General Method for the Optimum Synthesis of Mechanisms. *ASME Journal of Mechanical Design*, 116(1), 127-136.
- Cabrera J.A., Simon A., Prado M. (2002). Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithm. *Mechanism and Machine Theory*, 37(10) 1165-1177.
- Fang, W.E. (1994). Simultaneous Type and Dimensional Synthesis of Mechanisms by Genetic Algorithms. *Proc. of 23rd Biennial Mechanisms Conference*, Minneapolis, MN, p.36.
- Fox R.L., Gupta K.C. (1973). Optimization technology as applied to mechanism design, *ASME J. Eng. Ind.* 657-663.
- Goldberg D. E.(1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, 1a edición. Longman: Addison-Wesley, Nueva York.
- Hartenberg R. S., Denavit J. (1964). *Kinematic Synthesis of Linkages*, 1st edition. McGraw-Hill, New York.
- Kunjur A., Krishnamurthy S. (1997). Genetic algorithms in mechanical systems. *Journal of Applied Mechanisms and Robotics*. 4 (2), 18-24.
- Kuri Morales Á. F., Galaviz Casas J.(2002). *Algoritmos genéticos*, 1^{era} edición. Fondo de Cultura Económica, México.

- Laribi M. A., Mlika A., Romdhane L., Zegloul S. (2004). A combined genetic algorithm fuzzy logic method (GA-FL) in mechanisms synthesis. *Mechanism and Machine Theory*, 39(7), 717-735.
- Mabie H. H., Reinholtz C. F. (1998). *Mecanismos y Dinámica de Maquinaria*, 2ª edición. Limusa, México.
- Norton R. L. (1995). *Diseño de Maquinaria*, 2ª edición. McGraw-Hill, México.
- Sandor G. N., Erdman A.G. (1984). *Advanced Mechanism Design*, 1st edition. Prentice Hall.
- Smaili A., Diab N. (2007), Optimum synthesis of hybrid-task mechanisms using ant-gradient search method. *Mechanism and Machine Theory*, 42(1), 115-130.
- Suh C.H. (1973). Optimal Design of Mechanisms with the Use of Matrices and Least Squares. *Mechanism and Machine Theory*, 8, 479-495.
- Suh C.H., Radcliffe C.W. (1978). *Kinematics and Mechanisms Design*, 1st edition. John Wiley and Sons, New York.
- Ullah, I., Kota S. (1996). Globally-optimal synthesis of mechanisms for path generation using simulated annealing and Powell's method. *Proceedings of ASME Design Engineering Conference*, 1-8, Irvine, C.A.
- Ullah I., Kota S. (1997). Optimal synthesis of mechanisms for path generation using Fourier descriptors and global search methods. *Journal of Mechanical Design*, 119(4), 504-510.
- Vasiliu A., Yannou B. (2001). Dimensional synthesis of planar path generator linkages using neural networks: Application to Path Generator Linkages. *Mechanism and Machine Theory*. 36(2), 299-310.

Este documento se debe citar como:

Peón Escalante, R., Méndez Gamboa, J., Villanueva López, C., Pech Oy, D. (2009). **Síntesis Dimensional Óptima de un Mecanismo Planar RRRR Usando Algoritmos Genéticos**. *Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY*, 13-3, pp. 5-16, ISSN: 1665-529X.