Diseño de regulador bifrecuencia mediante compensación de tipo adelanto-atraso de fase

Sandoval Gío J.[1], Salt Llobregat J.[2]

Fecha de recepción: 15 de febrero de 2011 – Fecha de aprobación: 27 de diciembre de 2011

Resumen. En este trabajo se presenta el diseño de un regulador digital funcionando con dos frecuencias de muestreo que guardan una relación entera entre ellas. Esta clase de regulador se denomina bifrecuencia y es un caso particular de sistema multifrecuencia, es decir, de aquellos sistemas que operan con más de una frecuencia de muestreo. Las aplicaciones de este tipo de regulador se encuentran entre aquellas en las que se requiere actualizar las acciones de control más rápidamente que el muestreo de salida de la planta; estos incluyen sistemas mecatrónicos para el control de movimiento que usan visión por computadora, controladores de posición de cabezales de discos duros y sistemas de almacenamiento óptico de información. Ya que en el lazo de control coexisten dos distintas frecuencias de operación digital y elementos de muestreo y retención, el cálculo de la respuesta en frecuencia es un tópico que se torna sumamente complejo. Se muestra en este documento el empleo de una herramienta para el cálculo de la respuesta en frecuencia de un sistema muestreado multifrecuencia usando los Operadores de Kranc, y se toma ésta como base para el diseño de un regulador bifrecuencia discreto usando conceptos clásicos de compensación de adelanto-atraso de fase.

Palabras clave: control multifrecuencia, control digital, diseño de reguladores.

Designing a bi-frequency controller using lead-lag type phase compensation

Abstract. This paper introduces the design of a digital controller which operates with two sample frequencies bearing a full relationship between them. This kind of controller is called bi-frequency controller, and it is a specific case of multirate system; that is, a case of the ones that operate with more than one sample frequency. The uses of this kind of controller are among those which need a faster updating of the control actions than the output sample frequency of the plant; these include mechatronic systems for motion control which utilize computer vision, hard disk head-positioning controllers and optical data storage system. Since there are two different frequencies of digital operation plus sampling and holding elements in the control loop, calculating the response in the frequency domain is an issue that becomes extremely complex. This paper shows the usage of a tool designed to calculate the frequency response of a sampled multi-frequency system utilizing Kranc Operators which are taken as a basis for designing of a discrete bi-frequency controller founded on the classical concepts of the Lead-Lag phase compensation.

Keywords: multi-frequency control, digital control, controllers design.

---

[1] Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Instituto Tecnológico de Mérida, Yucatán, México. sandoval@itmerida.mx

[2] Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad Politécnica de Valencia, España.

Nota: El período de discusión está abierto hasta el 1° de julio de 2012. Este artículo de investigación es parte de **Ingeniería–Revista Académica de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán**, Vol 15, No. 3, 2011, ISSN 1665-529X

1. INTRODUCCIÓN

El control multifrecuencia (CMF) es un área de investigación cuyo interés ha crecido mucho actualmente aunque sus orígenes inician en la década de los 50, como se anota en Glasson (1983). Un sistema Multifrecuencia (MF) es aquel sistema discreto en el que coexiste más de un muestreador operando a frecuencias distintas. El más simple es el que opera en dos frecuencias, y es llamado sistema bifrecuencia (BF). Algunas de las aplicaciones más usuales de los sistemas BF caen en el área de los sistemas mecatrónicos, por ejemplo: controladores para posición de cabezas de discos duros, robótica, sistemas de control de movimiento basados en visión por computadora, etc.; ejemplos de estos desarrollos tecnológicos se ilustran en Nemani *et al*. (1994), Hara & Tomizuka (1998), Seung-Li (2006), Chun-Ming & Ming-Tang (2008), Hurák & Rezáč (2010), Cao & He (2010) y Sato *et al*. (2011). En Salt *et al*. (1994) se presenta un tipo de regulador BF denominado regulador de Salt que puede mejorar especificaciones en el desempeño del sistema controlado como el sobreimpulso, el tiempo de establecimiento y los márgenes de fase y ganancia. El diseño de los reguladores BF se ha abordado de variadas formas en la literatura, por ejemplo en Tornero *et al*. (2001a, b), y Gu & Tomizuka (2000). Sin embargo, el diseño de sistemas MF mediante técnicas de respuesta en frecuencia no ha sido considerado aún con suficiente profundidad. Una de las causas es que la comprensión de la respuesta en frecuencia de este tipo de sistemas nos conduce a expresiones matemáticas muy complejas. Se han ofrecido alternativas al cálculo de la respuesta en frecuencias de sistemas muestreados MF en Araki & Yamamoto (1986) y en Wu & Tomizuka (2004), donde la condición común es lidiar con engorrosas operaciones que involucran matrices de orden infinito. En Sandoval & Salt (2007, 2008) y Sandoval (2009) se ha presentado la propuesta de una herramienta que calcula la respuesta en frecuencia aproximada de un sistema muestreado MF. Esta herramienta está basada en el análisis del flujo de señal de un modelo estirado (*lifted*) monofrecuencia equivalente. Basados en la utilización de esta herramienta, en Sandoval *et al*. (2002) se ha mostrado que los elementos del regulador BF de Salt pueden considerarse como etapas de compensación de adelanto-atraso. Con este antecedente, es posible suponer que estos elementos pueden entonces diseñarse utilizando técnicas clásicas de compensación en el dominio de la frecuencia. Se probará esta hipótesis en el desarrollo de este artículo.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera: Se presenta en la Sección 2.1 el esquema y la teoría de funcionamiento de un tipo particular de regulador BF, denominado regulador de Salt. En la Sección 2.2 se presentan los aspectos básicos del modelado de sistemas muestreados MF. La Sección 2.3 aborda el cálculo de la respuesta en frecuencia de este tipo de sistemas. El diseño de un regulador BF usando técnicas clásicas del dominio de la frecuencia se desarrolla en la Sección 3 como ejemplo de una aplicación de la herramienta expuesta previamente. Finalmente, en la Sección 4 se reportan las conclusiones generales.

2. METODOLOGÍA

A continuación se presentan las herramientas metodológicas en las que se basa el diseño del Regulador Bifrecuencia propuesto.

2.1 Regulador Bifrecuencia de Salt

En Salt *et al*. (1994) se propone y se describe a detalle un tipo particular de regulador BF. El Regulador Bifrecuencia (RB) es un sistema discreto multifrecuencia que opera en esquemas de control dónde es un requerimiento tomar los datos de salida del proceso a velocidad lenta y entregar una acción de control a una más rápida. Este tipo de regulador ha demostrado ser útil en lazos de control en los que la información de salida de la planta no se obtiene con prontitud ya sea porque ésta deberá ser transportada a través de un bus industrial compartido, por situaciones relacionadas con la naturaleza de la propia señal o por restricciones de carácter técnico en los sensores necesarios para adquirirla; ver Valera *et al*. (1999) para una explicación más extensa.

Sea T_1 el período de la señal discreta tomada del muestreo de la salida de la planta y T_2 el período de actualización de la señal de control, donde $T_1 > T_2$. Se muestra en las Figuras 1.a y 1.b el diagrama del RB operando en un lazo de control y las partes que lo componen respectivamente. $GRL(z_1)$ es el llamado subregulador lento que opera a T_1, $ZOH^*(z_2)$ es la interfaz de lento a rápido operando a T_2, y $GRR(z_2)$ es el subregulador rápido funcionando a período T_2.

Adicionalmente puede verse en el diagrama el muestreador ficticio dispuesto en la salida del proceso continuo $Gp(s)$, cuya inclusión tiene como objetivo el observar el comportamiento intermuestreo (entre los instantes de muestreo) de la señal de salida a T_3, con $T_3 < T_2 < T_1$. Este elemento es muy útil en el análisis de la respuesta temporal ya que permitirá identificar si existe rizado entre muestras de la salida, y más adelante verificará su existencia en el estudio frecuencial.

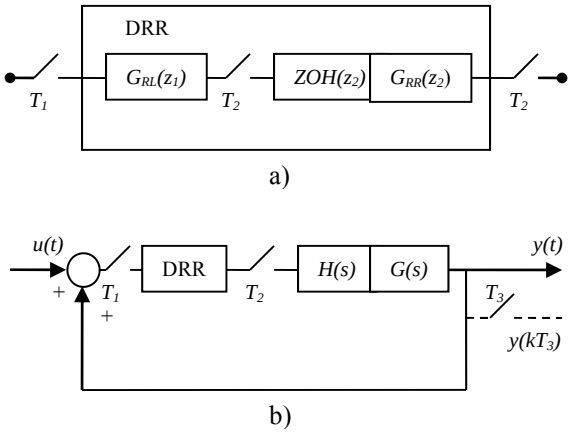

Figura 1. Regulador Bifrecuencia de Salt

Pueden definirse estos períodos de organización de señal en términos de ciertos números enteros N_1, N_2, N_3 y con un período global denominado *metaperíodo* T, de forma que

$$T_1 = \frac{T}{N_1},\ T_2 = \frac{T}{N_2},\ \text{y}\ \ T_3 = \frac{T}{N_3} \tag{1}$$

Las ecuaciones de diseño para los sub-reguladores lento y rápido planteadas en Salt *et al*. (1994) son:

$$GRL(z_1) = \frac{1}{1 - M\ (z_1)}$$
$$GRR(z_2) = \frac{M(z_2)}{G(z_2)} \tag{2a y 2b}$$

2.2 Modelado de Sistemas Multifrecuencia

El modelado de sistemas MF ha sido un tema abordado por diversos autores, sin embargo, en Camiña (1999) se ha mostrado que todos los modelos propuestos son equivalentes entre sí. Todos ellos están basados esencialmente en una transformación lineal denominada *lifting*. Así, por la aplicación del *lifting,* un sistema MF, que es un SLVT (Sistema Lineal Variante en el Tiempo), se convierte en SLIT (Sistema Lineal Invariante en el Tiempo) monofrecuencia y multivariable. También ha sido demostrado que la transformación *lifting* no modifica las propiedades intrínsecas del sistema original.

Kranc (1957), introduce la Descomposición Vectorial de Interruptores (*Vector Switch Decomposition*). El método consiste en representar al interruptor multifrecuencia como la superposición de varios muestreadores convencionales operando todos ellos con el mayor de los períodos de muestreo considerados en el sistema. Se convierte el sistema multifrecuencia en un sistema monofrecuencia de mayor dimensión que permite el uso de todas las herramientas desarrolladas en el control clásico. Es requerido sin embargo, que los períodos de muestreo involucrados tengan una relación entera. Thompson (1986), presenta una técnica de modelado cuyo principal elemento se denomina Operador de Kranc; esta técnica, que sistematiza la Descomposición Vectorial de Interruptores, permite aplicar principios de modelado semejantes a los diagramas de bloque de los enfoques clásicos en control. Así mismo, presenta un entorno de simulación en su herramienta de software CC®. El método de los operadores de Kranc se basa en la ecuación de estado del sistema SISO (*Single Input Single Output*) MF y lo convierte a un MIMO (*Multi Input Multi Output*) monofrecuencia.

2.3 Respuesta en Frecuencia de Sistemas Muestreados Multifrecuencia

En muchas ocasiones es deseable describir a una señal no solamente en el dominio temporal sino en el

dominio de la frecuencia. El espectro de frecuencia nos muestra la distribución global de la energía de las señales procesadas en el mismo como función de la frecuencia. Esta información es de gran utilidad para conocer la estabilidad relativa del sistema y por supuesto para diseñar controladores tanto analógicos como digitales de manera muy intuitiva, como se describe en Ogata (2001), partiendo de especificaciones en el dominio de la frecuencia.

Como se ha descrito anteriormente, ambos períodos de muestreo se pueden poner en función de un período global o *metaperíodo T* y dos cantidades enteras N_1 y N_2.

$$T_1 = \frac{T}{N_1} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{T}{N_2}$$

La ecuación que relaciona las entradas y salidas del sistema *estirado* (*lifting*) mediante las operaciones de retardo y atraso de señal definidas a un intervalo de muestreo a máximo común divisor (MCD) de

$$T_n = \frac{T}{n} \text{ con } n = N_1 * N_2 \tag{3}$$

$$Q_z(z_n) = (1 \quad z_n^{-N_1} \quad z_n^{-2N_1} \quad \ldots \quad z_n^{-(N_2-1)N_1}) GKZOH_{TF}(z_n) \begin{pmatrix} 1 \\ z_n^{N_2} \\ z_n^{2N_2} \\ \vdots \\ z_n^{(N_1-1)N_2} \end{pmatrix} \tag{4}$$

En (1) z_n^{-1} y z_n son los operadores atraso y adelanto definidos para un período T_n, esto es

$$z_n^{-1} = e^{-sT_n} \tag{5}$$

Por otra parte, $GKZOH_{TF}(z_n)$ es el operador ZOH Kranc del sistema continuo G(s), expandido éste a período T_n. Esta relación permite relacionar las entradas y salidas a un período común y hallar las componentes senoidales de la salida, esto es, la respuesta en frecuencia del sistema MF cuando existe una senoide de amplitud unitaria y frecuencia conocida mediante el cálculo de sustituir

$$z_n = e^{j\omega T_n} \tag{6}$$

Un importante concepto se presenta dado el desarrollo de los componentes de $Q_z(z_n)$:

Cuando en la entrada del sistema MF considerado se introduce una señal seno de frecuencia ω_0, en el extremo de salida se encontrarán, esa misma y *n-1* componentes senoidales alias adicionales correspondientes a

$$\omega_i = \omega_0 + i\omega_s \quad \text{con} \quad i=0,1,2,\ldots n\text{-}1 \tag{7}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} \tag{8}$$

Nótese que si restringimos

$$0 \le \omega_0 \le \omega_s \tag{9}$$

La anterior interpretación del análisis frecuencial permitirá tener una ventana espectral de observación de

$$0 \le \omega \le n\left(\frac{2\pi}{T}\right) \tag{10}$$

Al calcular la respuesta en frecuencia del sistema muestreado MF habrán *n* senoides componentes que reconstruyen la señal total de salida, así que se determinará la amplitud y la fase de cada una de ellas. En Salt *et al*. (2007) se aplica este procedimiento para detectar el rizado intermuestreo en la salida de un sistema muestreado de control que tiene un controlador BF del tipo desarrollado por Salt.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se presenta un ejemplo de diseño en el que se aplicarán los conceptos previamente desarrollados.

3.1 Ejemplo de diseño

Se desea controlar un sistema descrito en Mascarós *et al*. (2005) con una dinámica dada por:

$$G(s) = \frac{1}{0.001s^3 + 0.05s^2 + 0.6s + 1} \tag{11}$$

mediante un regulador PID discreto que opera a un período T_2=10ms, hallándose que el regulador tiene una función de transferencia descrita como

$$PID_R(z_2) = \frac{94.19z_2^2 - 173.9z_2 + 80}{z_2^2 - z} \tag{12}$$

Dado que en Mascarós *et al*. (2005) se impone la restricción de que la planta será controlada por medio de un sistema que utiliza un bus de comunicación compartido, no es posible en la práctica cumplir con el requerimiento del intervalo de muestreo en 10ms, debiéndose incrementar éste hasta T_1=40ms. Cuando se obtiene el regulador discreto bajo esta condición de muestreo se obtiene un regulador PID lento

$$PID_L(z_1) = \frac{34.56z_1^2 - 53.57z_1 + 20}{z_1^2 - z_1} \tag{13}$$

el cual no consigue el mismo desempeño que el que se halla con el PID rápido según se ilustra en la Figura 2.

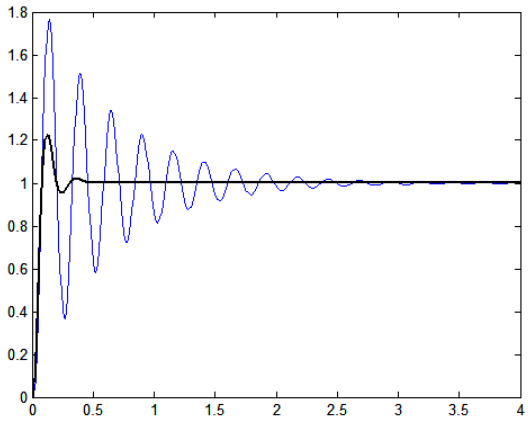

Figura 2. Respuesta al escalón de sistema controlado con PID. En línea negra monofrecuencia rápido. En azul monofrecuencia lento.

Este es un buen caso de aplicación del CMF; se diseñará un regulador BF que tome lecturas a período lento de la salida de la planta, las procese y envíe a través del bus de campo, y posteriormente se conviertan a período más corto para, con un procesamiento adecuado posterior se envíen al actuador de la planta. En Salt & Albertos (2000) se desarrolla el diseño de un regulador BF, el cual produce un comportamiento cercano al obtenido con el PID monofrecuencia a muestreo rápido según se comprueba en pruebas realizadas y reportadas en Mascarós *et al*. (2005). En este trabajo se mostrará

que es posible diseñar un regulador BF con semejante desempeño al hallado mediante la técnica desarrollada en Mascarós *et al*. (2005) pero empleando conceptos basados en la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia.

Partimos de proponer un compensador de atraso-adelanto bifrecuencia, de tal forma que los elementos mostrados en la Figura 2 son

$$GRL(z_1) = \frac{z_1 - a}{z_1} \tag{14}$$

$$GRR(z_2) = K\left(\frac{z_2 - b}{z_2 - 1}\right) \tag{15}$$

$$ZOH^*(z_2) = \frac{z_2^N - 1}{z_2^N - z_2^{N-1}} \tag{16}$$

con T=0.04s, N_1=1, $N2$=4, N_3=8, N=N_2/N_1=4. Se tratará de lograr con el compensador diseñado, acercarse al comportamiento del sistema controlado con el regulador PID monofrecuencia operando a período rápido de 10ms.

Los objetivos de diseño frecuencial son:

Frecuencia de corte a 0dB de 20 rad/s.
Margen de fase de al menos 50º.
Margen de ganancia de al menos 10dB.

En la Figura 3 se muestra el comportamiento frecuencial de la planta y el convertidor de frecuencia lento-rápido en lazo abierto.

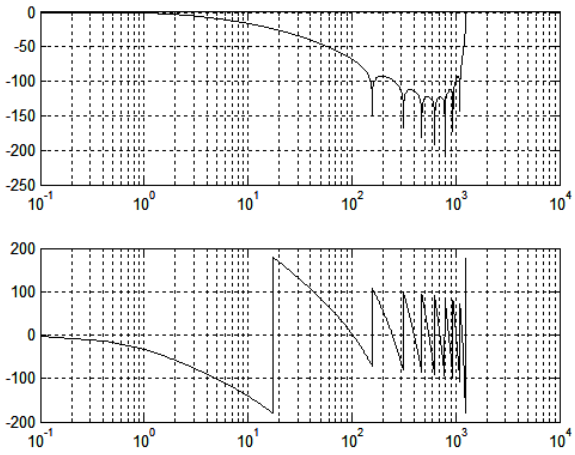

Figura 3. Comportamiento en frecuencia de sistema MR en lazo abierto.

Se observa un margen de ganancia de 22dB, un margen de fase de alrededor de 150º, así como una frecuencia de corte a 0dB de 1 rad/s y una frecuencia de cruce de fase de 18 rad/s. Es notorio que el sistema tiene un gran error de estado estacionario, así como una evolución muy lenta para alcanzar el estado estable y sin oscilaciones en el transitorio. Estas características temporales deducidas del comportamiento frecuencial pueden constatarse en la Figura 4.

Lo primero será darle al sistema retroalimentado una compensación mediante constante proporcional K y de adelanto de fase para aumentar la frecuencia de corte a 0dB hasta 20 rad/s. Se propone b=0.9, obteniéndose un incremento en la ganancia a partir de los 100 rad/s aproximadamente. En la Figura 5 se observa que si se desea trasladar la frecuencia de cruce de fase de 18 rad/s a 38 rad/s, el adelanto de fase necesario para ello es de aproximadamente 68º.
El efecto de incrementar la fase mediante $GRR(z_2)$ produjo un decremento en la ganancia del sistema en lazo abierto como se observa en la Figura 5. Ahora propondremos un valor de K para alcanzar la frecuencia de corte a 0dB en 20 rad/s.

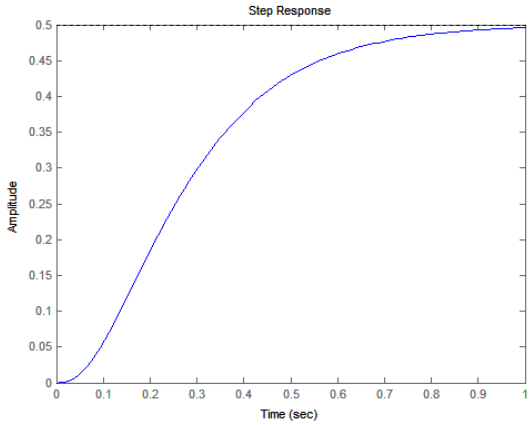

Figura 4. Respuesta temporal al escalón unidad de sistema MR en lazo cerrado.

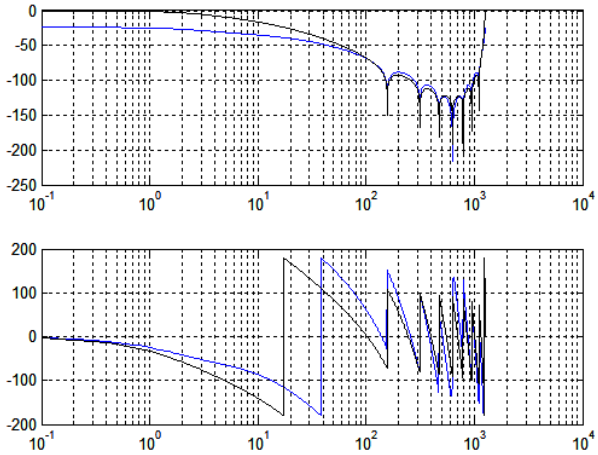

Figura 5. Respuesta en frecuencia de sistema MR compensado con $GRR(z_2)$ en azul.

En la Figura 5 se observa que es necesario un incremento en la ganancia de aproximadamente 40 dB para lograr que la curva de respuesta corte la línea de 0dB en la frecuencia de 20 rad/s. Entonces:

$$Ganancia_{dB} = 20\log_{10}(K)$$
$$K = \log^{-1}\left(\frac{Ganancia_{dB}}{20}\right) = \log^{-1}(40/20) = 100 \quad (17)$$

Se obtiene así K=100. En la Figura 6 se observa la respuesta del sistema con la compensación PD (proporcional-derivativa) realizada hasta este momento, que cumple con la condición del margen de fase objetivo.

Un ajuste de la acción integral para eliminar el error de estado estacionario es posible con a=0.92. El resultado del efecto de esta compensación en el dominio frecuencial se puede ver en la Figura 7. El integrador mueve la respuesta de fase en una cantidad muy poco significativa en frecuencias superiores a 10 rad/s, situación que no modifica en mucho la frecuencia de corte de fase (no cambia el margen de fase alcanzado hasta ahora) y si incrementa la ganancia en bajas frecuencias las cuales mejoran la respuesta del estado estacionario; esto es notorio en la Figura 7. En la Figura 8 podemos ver el efecto final de la compensación bifrecuencia en el dominio temporal ante la excitación escalón unidad.

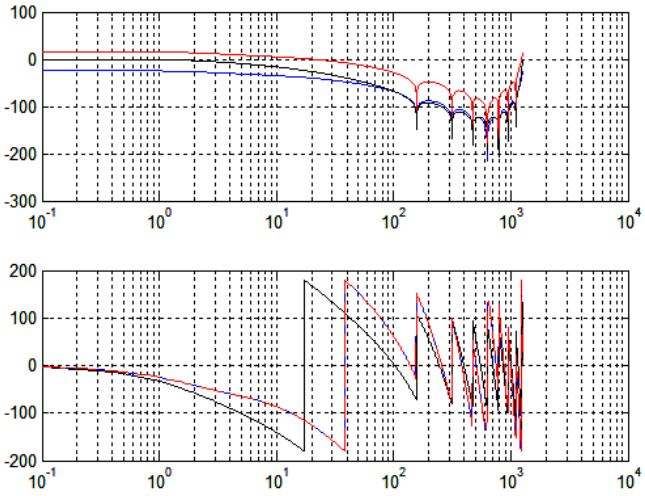

Figura 6. Sistema MR compensado. Sistema sin compensar en negro. Sistema compensado con derivador D en azul. Sistema con compensación PD en rojo.

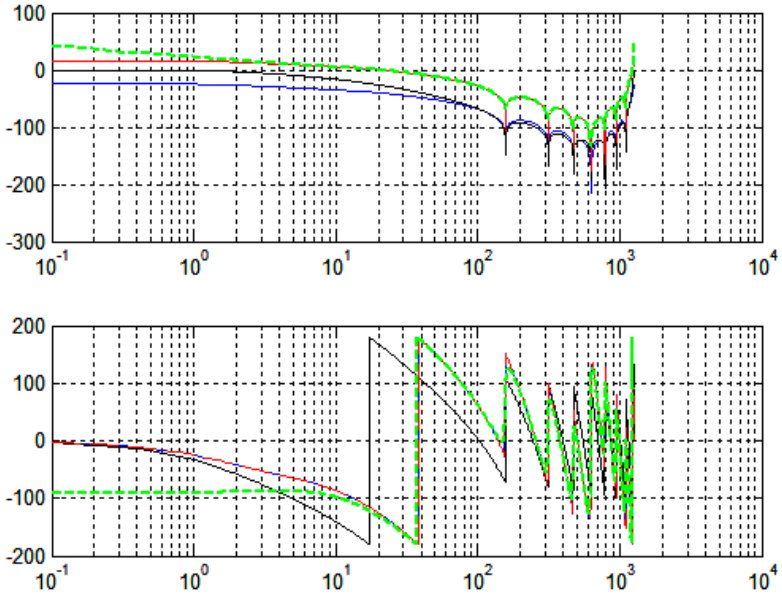

Figura 7. Sistema MR compensado. Sistema sin compensar en negro. Sistema compensado con derivador D en azul. Sistema con compensación PD en rojo. Compensación PID en verde.

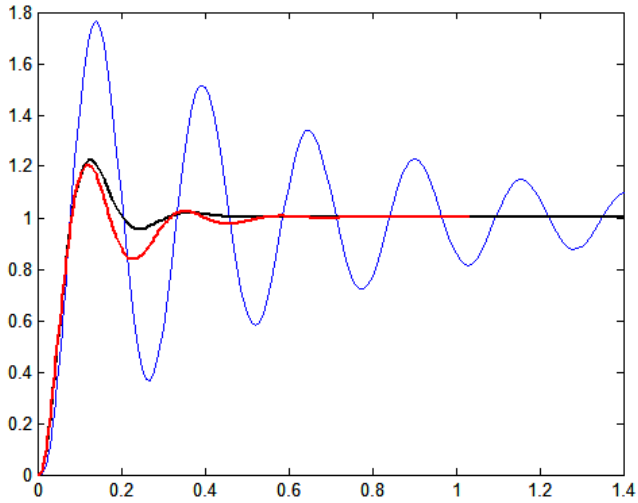

Figura 8. Respuesta al escalón. En línea azul con regulador PID lento. En negro con regulador PID rápido. En rojo con regulador MR compensado en frecuencia.

Para efectos de comparación agregamos la gráfica que se presenta en Mascarós *et al*. (2005) y que ilustra la similitud entre la respuesta del regulador bifrecuencia obtenido mediante el diseño de Salt con las ecuaciones (2a) y (2b), y el diseñado con técnicas frecuenciales con (14), (15) y (16). La aplicación de las ecuaciones de diseño de Salt para el sistema considerado se muestra en (18a) y (18b). En la Figura 10 se observa la respuesta temporal de su implementación.

$$G_{BF,L}(Z)=\frac{1-2.0876377\cdot z^{-1}+1.6852649\cdot z^{-2}-0.7101326\cdot z^{-3}+0.1353352\cdot z^{-4}}{1-2.4813659\cdot z^{-1}+2.0078170\cdot z^{-2}-0.5369703\cdot z^{-3}+0.0105192\cdot z^{-4}}$$

$$G_{BF,R}(Z)=\frac{94.18755-414.97815\cdot z^{-1}+729.18688\cdot z^{-2}-638.68892\cdot z^{-3}+278.81530\cdot z^{-4}-48.52245\cdot z^{-5}}{1-3.5452483\cdot z^{-1}+4.7490044\cdot z^{-2}-2.8409907\cdot z^{-3}+0.6282485\cdot z^{-4}+0.0091794\cdot z^{-5}}$$

(18a y 18b)

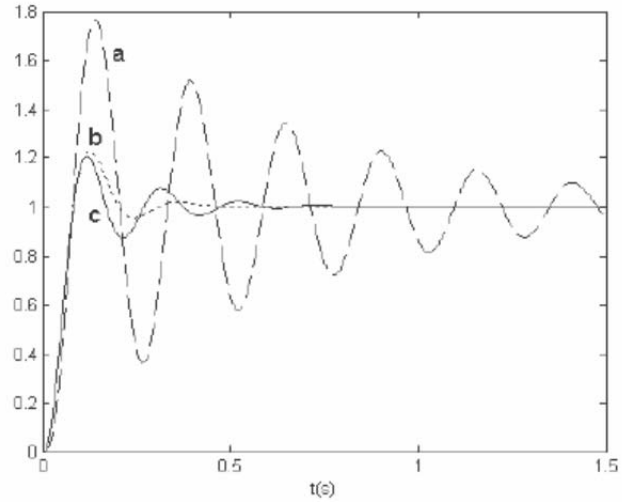

Figura 10. Respuesta al escalón unidad. De sistema con PID lento en línea interrumpida. De sistema con PID rápido en punteada. De sistema con regulador BF de Salt en continua.

4. CONCLUSIONES

En el ámbito actual del diseño y desarrollo de los sistemas mecatrónicos se ha destacado la importancia que tienen los sistemas multifrecuencia, dentro de los cuales se encuentra al regulador bifrecuencia. Se ha mostrado el diseño de un regulador bifrecuencia para operar en un lazo de control. El regulador bifrecuencia es un sistema digital que opera con dos frecuencias de muestreo, una lenta en la medición de la salida de la planta, y otra un número entero de veces más rápido que produce la señal discreta que se aplicará al actuador. El diseño se basó en obtener los parámetros de compensadores simples de atraso-adelanto de fase, usando para ello los conceptos de margen de ganancia, margen de fase, frecuencias de corte y ancho de banda. Se puede observar que el desempeño del regulador bifrecuencia diseñado se acerca al logrado por el regulador PID monofrecuencia operando a un período de muestreo rápido. Una ventaja observada de la aplicación de este método es que las funciones de transferencia de los reguladores bifrecuencia halladas mediante las técnicas frecuenciales son mucho más simples que aquellas halladas mediante otras formas de diseño como las de cancelación y algebraicas reportadas en la literatura. Esto nos lleva a implementaciones digitales de los reguladores mucho más simples, que utilizan menor carga computacional y con ello menor tiempo de procesamiento.

5. REFERENCIAS

Araki M., Yamamoto Y. (1986), *Multivariable multirate sampled-data systems: State-space description, transfer characteristics, and Nyquist criterion*, Transactions on Automatic Control, Vol. 31, No. 2, pp. 145-154.

Berg M.C., Amit N., Powell J.D. (1988), *Multirate digital control system design*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 12, pp. 1139-1150.

Camiña C. (1999), *Modelado y respuesta en frecuencia de los sistemas muestreados multifrecuencia*, Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad Politécnica de Valencia.

Cao Q., He Y. (2010), *Multi-rate vibration control of smart piezoelectric cantilever beam*, 2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering (MACE), pp. 2691 – 2694, Wuhan, China.

Chun-Ming W., Ming-Yang C. (2008), *Positioning accuracy improvement of a vision-based optical fiber alignment stage powered by a Piezo-Actuator*, IEEE International Workshop on Robotic and Sensors Environments, 2008 (ROSE 2008), pp. 70 – 75, Ottawa, Canada.

Glasson D. (1983), *Development and applications of multirate digital control*, IEEE Control Systems Magazine, Vol. 3, No. 4, pp. 2-8.

Gu Y., Tomizuka M. (2000), *Digital redesign and multi-rate control for motion control-a general approach and application to hard disk drive servo system*, Proceedings of the 6th International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 246 – 251, Nagoya, Japan.

Hara T., Tomizuka M. (1998), *Multi-rate controller for hard disk drive with redesign of state estimator*, Proceedings of the 1998 American Control Conference, vol.5, pp 3033 – 3037, Philadelphia PA , USA.

Hurák Z., Rezáč M. (2010), *Delay compensation in a dual-rate cascade visual servomechanism*, 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2010), pp. 1639 – 1643, Atlanta, Georgia, USA.

Kranc G.M. (1957), *Input-output analysis of multirate feedback systems*, IRE Transactions on Automatic Control 3, pp 21-28.

Mascarós V., Casanova V., Salt J. (2005), *Implementación de controladores monofrecuencia y bifrecuencia en un sistema de control basado en red Profibus-DP*, XXVI Jornadas de Automática, Alicante, España.

Nemani M., Tsao T., Hutchinson, S. (1994), *Multi-rate analysis and design of visual feedback digital servo-control*, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 116, No. 1, pp. 45-55.

Ogata K. (2001), *Modern control engineering*, 4Th Edition, Prentice Hall.

Salt J., Albertos P., Tornero J., Ledesma B. (1994), *Digital controller improvement by multirate control*, Proceedings of the Third IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, UK, pp. 1459-1464.

Salt J., Albertos P. (2000),*Multirate controllers design by rate decomposition*, 39th Conference on Decision and Control, Sydney, Australia.

Salt J., Sandoval J., Albertos P. (2007), *Dual-Rate Control Ripple Detection by an Approximate Frequency Response Methodology*, Fourth IEEE Congress of Electronics, Robotics, and Automotive Mechanics, pp. 89-94, Cuernavaca, México.

Sandoval J., Salt J., Camiña C. (2002), *Ajuste estructural basado en la respuesta en frecuencia de reguladores bifrecuenciales*, ELECTRO 2002, pp. 509-514, Chihuahua, México.

Sandoval J., Salt J. (2007), *Calculation of the approximated frequency response of sampled-data systems using Kranc operators*, Fourth IEEE Congress of Electronics, Robotics, and Automotive Mechanics, pp. 118-122, Cuernavaca, México.

Sandoval J., Salt J., (2008), *Applications of a novel tool for analysis and design in the frequency domain of multirate sampled-data control systems*, 5th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control CCE 2008, pp 68 – 74, Mexico City,12-14.

Sandoval (2009), *Respuesta frecuencial de los sistemas multifrecuenciales. Una contribución al diseño de reguladores bifrecuenciales con estructura no-convencional*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.

Sato T.; Hattori Y., Araki N., Konishi Y. (2011), *Design of a hard disk drive control system in a multirate system for improvement in the steady-state intersample response*, 2011 International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes (ADCONIP), pp. 120 - 123, Hangzhou, Zhejiang, P.R. China.

Seung-Hi L. (2006), *Multirate digital control system design and its application to computer disk drives*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 14, No. 1, pp. 124- 133.

Thompson P.M. (1986), *Gain and phase margins of multi-rate sampled-data feedback systems*, International Journal of Control, Volume 44, No. 3, pp. 833 – 846.

Tornero J., Piza R., Albertos P., Salt J. (2001a), *Multirate LQG controller applied to self-location and path-trackingin mobile robots*, IEEE/RSJ Proceedings International Conference on Intelligent Robots and Systems, Volume: 2, pp. 625-630, Maui, HI, USA.

Tornero J., Tomizuka M., Camiña C., Ballester E., Pizá R. (2001b), *Design of dual-rate pid controllers*. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 859-865. México City, México.

Valera A., Salt J., Casanova V., Ferrus, S. (1999), *Control of industrial robot with a fieldbus*, Proceedings of the 1999 IEEE industry applications society annual meeting, ISBN: 0-7803-5670-5, Barcelona, Spain, 1999.

Wu S. Ch., Tomizuka M. (2003), *Multi-rate Digital Control with Interlacing and its Application to Hard Disk Drive Servo*, Proceedings of 2003 American Control Conference, Vol. 5, pp. 4347-4352.

Wu S. Ch., Tomizuka M. (2004), *Performance and aliasing analysis of multi-rate digital controllers with interlacing*, American Control Conference, pp. 3514-3519, Boston MA.

Este documento debe citarse como:
J. Sandoval Gío, J. Salt Llobregat (2011). **Diseño de regulador bifrecuencia mediante compensación de tipo adelanto-atraso de fase**. Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY, 15-3, pp 177-187, ISSN: 1665-529-X.