

Control por linealización de un reactor de polimerización

Cruz Jiménez, B.¹, Ricalde Castellanos, L.², Escamilla Puc, A.³, Catzín Contreras, G.⁴

Fecha de recepción: 23 de febrero de 2011 – Fecha de aprobación: 22 de agosto de 2011

RESUMEN

En este trabajo se diseña y evalúa el desempeño de un esquema de control convencional para reactores de polimerización en operación continua, en particular del reactor de tanque agitado en operación continua, basado en el modelo determinístico del proceso. Se determina los estados estacionarios del sistema, posteriormente se linealiza el modelo no lineal alrededor de los estados estacionarios y se analiza su estabilidad. Una vez realizado esto, en una primera etapa se diseña el esquema de control con acción proporcional y en una siguiente etapa se agrega la acción integral, se propone que ambos controladores se encuentren en función de un solo parámetro para su sintonización. Finalmente se evalúa el desempeño de los controladores aplicando una perturbación en la entrada y errores en el modelo.

Palabras clave: reactor de polimerización, control industrial, modelado, sistema no lineal, linealización.

Linearized control of a polymerization reactor

ABSTRACT

In this work, the design and performance evaluation of a conventional control scheme for polymerization reactors in continuous operation, stirred tank reactor particularly, based on the process deterministic model. Stationary states of the system are determined and the nonlinear model is linearized around the stationary states and the stability analysis is performed. A control with proportional action is designed and evaluated; integral action is incorporated to improve the results. We propose both controllers as a function of only one tuning parameter. Finally, the controller's performance is assessed by applying an input disturbance and modeling errors.

Keywords: polymerization reactor, industrial control, modeling, nonlinear system, linearization.

¹ Profesor de Carrera. Cuerpo Académico de Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería-UADY. E-mail: bcruz@uady.mx.

² Profesor Investigador. Cuerpo Académico de Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería-UADY. E-mail: lricalde@uady.mx

³ Facultad de Ingeniería Química-UADY.

⁴ Facultad de Ingeniería-UADY.

Nota: El período de discusión está abierto hasta el 1° de marzo de 2012. Este artículo de investigación es parte de **Ingeniería–Revista Académica de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán**, Vol. 15, No. 2, 2011, ISSN 1665-529X.

INTRODUCCIÓN

La industria del polímero ha experimentado un crecimiento muy rápido en las últimas cinco décadas (Luyben 2007). La producción de monómeros y sus reacciones para formar polímeros, abarcan más de la mitad de la industria química (Schmidt 1998). Se estima que los países de occidente producen más de 100 millones de toneladas de polímeros al año (Congalidis et al. 1989). El componente central de un proceso de polimerización es el reactor. Debido a la variedad de reacciones de polimerización, existen diferentes tipos de reactores de polimerización (por lotes o continuos) (Luyben 2007). La técnica de polimerización por radicales libres es la más común para producir polímeros a escala industrial. De hecho, más del 70% de los polímeros vinílicos se producen de esta manera. Un tipo de reactor importante, para la producción de polímeros por radicales libres, es el reactor de tanque agitado en operación continua (RTAC) (Congalidis et al. 1989). Los reactores de polimerización presentan diversas características que los hacen diferentes de los demás reactores, exhiben comportamientos altamente no-lineales y complejos; por ejemplo, autoaceleración, fuerte exotermicidad, interacción asimétrica entrada-salida, multiplicidad de estados estacionarios y la existencia de estados estacionarios inestables (Alvarez y Gonzalez 2007; Giudici 2000). El aspecto más importante en el diseño y selección de un reactor de polimerización es la formación de un polímero con propiedades y características específicas, como por ejemplo el punto de fusión, distribución de pesos moleculares, temperatura de transición vítrea, viscosidad, color, propiedades eléctricas, etc. (Schmidt 1998). Por ello, es necesario controlar las condiciones de operación del reactor tales como la temperatura, presión y flujos de alimentación, que permitan obtener estas propiedades con bajo coste y que cumpla con los criterios de seguridad, productividad y calidad de manera eficiente. Considerando, además, que la tendencia actual de las industrias de polímero es operar una planta en la cual puedan producir diferentes tipos de polímeros (Doyle et al. 2002).

En la práctica industrial, los reactores de polimerización se operan con sistemas de control convencionales de tipo proporcional-integral (PI) y proporcional-integral-derivativo (PID) (Luyben 2007; Alvarez y Gonzalez 2007; Richards y Congalidis 2006). El diseño de estos controladores sigue técnicas lineales (Coughanowr 1991), que son construidos a través de la identificación de respuestas experimentales del sistema a ciertas variaciones de tipo escalón en las entradas, y en la mayoría de los casos la sintonización de estos controladores depende de la habilidad y experiencia de los operadores.

El problema de control de reactores de polimerización ha motivado una gran gama de estudios teóricos y experimentales, y su estado del arte se puede consultar fácilmente en la literatura abierta. En ella, se puede apreciar que los esfuerzos se han enfocado en la implementación de técnicas de control no lineal por la naturaleza no-lineal del proceso. Sin embargo, los controladores utilizados en la práctica son lineales. Este trabajo se motiva en base a que existen pocas publicaciones relacionadas con el análisis de sistemas de control lineal para esta clase de reactores.

El objetivo de este trabajo es diseñar y evaluar el desempeño de un esquema de control convencional para reactores de polimerización en operación continua, en particular del RTAC, basado en el modelo determinístico del proceso. Se determina los puntos de operación del sistema, posteriormente se linealiza el modelo no lineal alrededor de los puntos de operación y se analiza su estabilidad. Una vez realizado esto, en una primera etapa se diseña el esquema de control con acción proporcional y en una siguiente etapa se agrega la acción integral, se propone que ambos controladores se encuentren en función de un solo parámetro para su sintonización. Finalmente se evalúa el desempeño de los controladores aplicando una perturbación en la entrada y errores en el modelo.

METODOLOGÍA

Reactores de polimerización.

Los reactores de polimerización convierten pequeñas moléculas de monómeros en moléculas grandes. Pueden convertir un gas o líquido volátil en un líquido o sólido no volátil en grandes volúmenes con bajo costo y alta confiabilidad (Schmidt, 1998). En la Figura 1 se muestra un esquema de las variables de un proceso de polimerización.

La disponibilidad de un modelo matemático que prediga con precisión las propiedades moleculares del polímero producido en un reactor tiene una gran importancia económica. La clave para realizar un buen modelo es describir matemáticamente los fenómenos químicos y físicos del proceso, obteniendo los balances necesarios de materia, energía y momento. Esta descripción implica ecuaciones no lineales (algebraicas, diferenciales, etc.) (Smith y Corripio 2004).

El modelado a microescala está basado en el desarrollo de modelos que describan los mecanismos cinéticos de reacciones en cadena; por ejemplo, crecimiento, propagación, terminación de la cadena, etc. El siguiente nivel de modelado, mesoescala, incluye los fenómenos de la interfase (equilibrios

termodinámicos, cinéticas), intrafase (transferencia de masa y calor entre diferentes fases), así como el “micromezclado”; estos modelos juegan un papel importante y pueden influir sobre las propiedades moleculares y morfológicas. El modelado a macroescala se relaciona con el desarrollo de modelos que describan: fenómenos de macromezcla en el

reactor, balances globales de masa y energía, transferencia de masa y calor, dinámica y control del reactor. En definitiva, un modelo óptimo para un reactor de polimerización debe incluir los fenómenos físicos y químicos que ocurren en las tres escalas de modelado anteriormente expuestas.

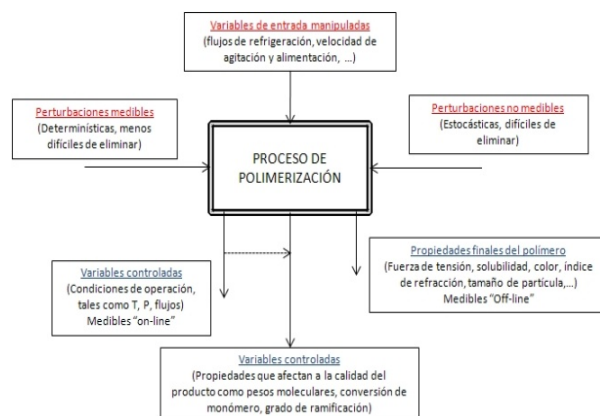


Figura 1. Variables de un proceso de polimerización

La elección del tipo de reactor depende de la cinética y de consideraciones económicas. Un reactor de tanque agitado continuo (RTAC), un reactor ideal de flujo en estado estacionario, y como su nombre lo indica, es el reactor cuyo contenido está perfectamente agitado y su composición es la misma en todos los puntos del mismo. Así, la corriente de salida de este reactor tiene la misma composición que la del fluido contenido dentro del reactor (Levenspiel 2004). En este tipo de reactores los reactivos son alimentados continuamente y los productos continuamente obtenidos para asegurar que el sistema mantiene estado estacionario. Su uso se justifica para altos volúmenes de producción. Se obtienen altos rendimientos con bajo coste de proceso.

La velocidad de polimerización es constante y contribuye a la homogeneidad del producto, pero puede ser eclipsado por la no homogeneización producida por la amplia distribución de tiempos de residencia. Como la velocidad de polimerización varía con las condiciones de operación, este tipo de sistemas puede ser dimensionado para la velocidad de polimerización en las condiciones de diseño. En la práctica, se utiliza un tren de reactores de igual tamaño seguido de un reactor tubular para minimizar la complejidad en el diseño.

Descripción del proceso.

Se considera una reacción de homopolimerización por radicales libres llevada a cabo en un RTAC como se

muestra en la Figura 2. El proceso puede ser utilizado para obtener diferentes grados de polimerización y para polimerizar diferentes monómeros. El medio de polimerización es en masa. El flujo de alimentación al reactor consiste de monómero (Q_e), iniciador (Q_I) y agente de transferencia; el agente de transferencia se utiliza para tener un mejor control del peso molecular del polímero. La reacción es exotérmica por lo que se considera que el reactor cuenta con una chaqueta a través de la cual se hace pasar un fluido refrigerante. Debido a la autoaceleración o efecto gel, el reactor presenta multiplicidad de estados estacionarios. El diseño de este reactor nos permite obtener la información a la salida del proceso, de tal manera que se pueden desarrollar adecuadas estrategias de control por retroalimentación. El modelo del proceso es una representación cuantitativa de la variedad de reacciones que se llevan a cabo dentro del reactor.

En este estudio, el monómero es el Metil Metacrilato (MMA), el iniciador el azobisisobutironitrilo (AIBN) y el agente de transferencia el n-dodecilmercaptano. Se elige el MMA debido a que su cinética de polimerización ha sido objeto de estudios teóricos y experimentales (Alvarez 1996; In-Hyoun y Hyun-Ku 2004; Kim y Laurence 1998; Ray 1986). Además, se considera que esta polimerización puede representar, de manera general, las características de las reacciones de polimerización por radicales libres de otros monómeros.

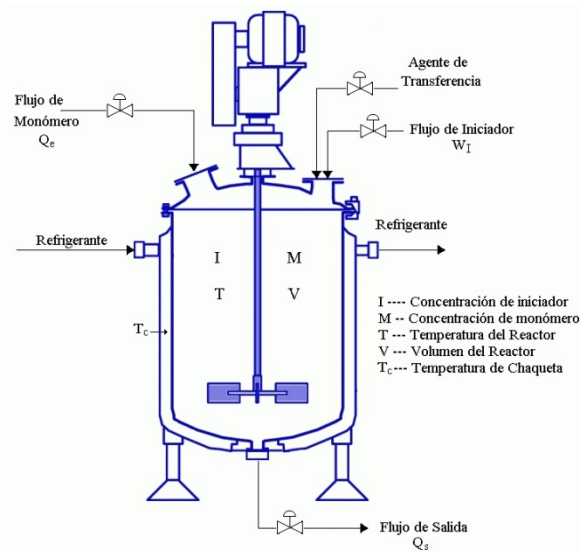


Figura 2. RTAC de polimerización en masa por radicales libres.

Descripción del proceso.

El balance general de materia y energía para un elemento de volumen es

$$\left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{acumulación} \\ \text{de reactivo} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{flujo del reactivo} \\ \text{reactivo que entra} \end{array} \right] -$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{pérdida de reactivo} \\ \text{debido a la reacción} \\ \text{química} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{flujo de reactivo} \\ \text{que sale} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{acumulación} \\ \text{de energía} \\ \text{calorífica} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{entrada} \\ \text{de energía} \\ \text{calorífica} \end{array} \right] -$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Generación de} \\ \text{energía calorífica} \\ \text{debido a la reacción} \\ \text{química} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{salida de} \\ \text{energía} \\ \text{calorífica} \end{array} \right]$$

La dinámica del reactor se describe mediante las siguientes ecuaciones de balances de materia y

energía, con base al mecanismo cinético de polimerización por radicales libres, propuesto por

Alvarez (Alvarez 1996). Estas ecuaciones diferenciales se encuentran acopladas de manera que

representan los fenómenos físicos que constituyen la dinámica del proceso.

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = -r_i I + \varepsilon r_p I + \frac{W_I}{V} \quad (1)$$

$$-\frac{Q_e}{V} I = f_I(\cdot)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} = \dot{M} &= -r_p + \varepsilon r_p M + \frac{Q_e}{V} (M_e - M) \\ &= f_M(\cdot) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = \dot{T} &= \beta r_M I - \gamma (T - T_c) \\ &+ \left(\frac{Q_e}{V} \right) (T_e - T) \left(\frac{1 - \varepsilon M_e}{1 - \varepsilon M} \right) \\ &= f_T(\cdot) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = \dot{V} &= -\varepsilon r_p V + Q_e - Q_s \\ &= f_V(\cdot) \end{aligned} \quad (4)$$

donde la velocidad de disociación del iniciador (r_i), la velocidad de polimerización (r_p), la velocidad de consumo del monómero (r_M), el incremento

adiabático de la temperatura (β) y el coeficiente para el intercambio de calor (γ), son un conjunto de ecuaciones no lineales,

$$\begin{aligned} r_i &= f_{r_i}(I, T) \\ r_p = r_M &= f_{r_p}(I, M, T) \\ \beta &= f_{\beta}(M) \\ \gamma &= f_{\gamma}(M, V) \end{aligned}$$

El parámetro ε es el factor de contracción del monómero y W_I el flujo de alimentación del iniciador al reactor. Las expresiones $f_I(\cdot)$, $f_M(\cdot)$, $f_T(\cdot)$ y $f_V(\cdot)$, representan familias de funciones de cambio para el iniciador, monómero, temperatura y volumen, respectivamente. Los estados del reactor (x) son: la concentración del monómero (M), la temperatura del reactor (T) y el volumen (V). Las entradas exógenas son: la concentración inicial del monómero (M_e) y la

temperatura de entrada del monómero (T_e). Las entradas de control son: el flujo de monómero (Q_e), la temperatura de chaqueta (T_c) y el flujo de salida del reactor (Q_s). Las mediciones de salida (y) son: la concentración de monómero (y_M), temperatura (y_T) y el volumen (y_V), estas variables se muestran en la Figura 3.

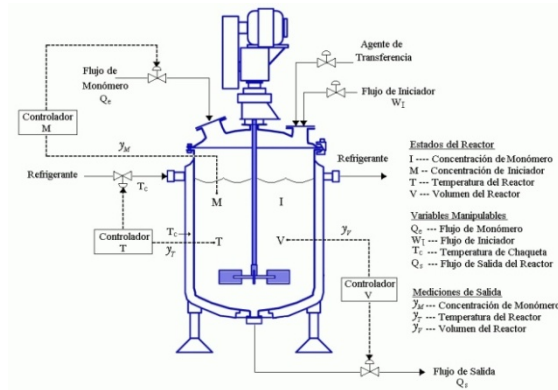


Figura 3. Esquema de control por retroalimentación para el RTAC de polimerización.

Las suposiciones que se consideraron para este modelo son los siguientes: el contenido del reactor se encuentra perfectamente mezclado; la densidad y la capacidad calorífica de la mezcla reaccionante son constantes; la temperatura del fluido refrigerante es

uniforme; las reacciones sólo ocurren dentro del reactor; la reacción de polimerización ocurre por el mecanismo de radicales libres; la concentración del monómero puede ser medida continuamente en línea. El tiempo de residencia del reactor se define como

$$\theta_r = \frac{M_e V_r}{Q_e} \quad (5)$$

donde V_r es el volumen del reactor.

Para calcular los puntos de equilibrio del reactor de polimerización, se establecieron determinadas entradas nominales al sistema; estos valores se

encuentran reportados en la literatura (Alvarez 1996) y se observan en la Tabla 1.

Tabla 1. Entradas nominales del reactor.

Entradas Nominales	Valor
Volumen V (l)	2000
Flujo de entrada de monómero Q_e (l/min)	40
Concentración del monómero M_e (gmol/l)	1
Temperatura de entrada del monómero T_e (°K)	300
Flujo de entrada del iniciador W_I (gmol/min)	0.08
Flujo de salida del reactor Q_s (gmol/l)	34.936
Temperatura de chaqueta T_c (°K)	315

El tiempo de residencia del reactor es de 50 min. Para el cálculo, se considera constante el volumen del reactor y se resuelve para I, M y T las ecuaciones algebraicas que resultan de igualar a cero sus correspondientes funciones de cambio $[f_I(\cdot), f_M(\cdot), f_T(\cdot)]$. Se

comprueba que el reactor presenta tres puntos de equilibrio, ver tabla 2.

Tabla 2. Puntos de equilibrio del reactor de homopolimerización de MMA.

Puntos de equilibrio			
Estados Nominales	1	2	3
\bar{I} (gmol/l)	0.002014	0.00184	0.0003241
\bar{M} (gmol/l)	0.9933	0.5809	0.4331
\bar{T} (°K)	314.62	349.58	377.06

donde \bar{I} , \bar{M} y \bar{T} son los valores nominales de la concentración de iniciador, concentración de monómero y temperatura, en los cuales el reactor opera en estado estacionario.

El modelo lineal del reactor se calcula por medio de la serie de Taylor alrededor de un estado estacionario como condición nominal de operación (\bar{x}, \bar{u}) . Se considera la siguiente notación compacta del modelo no lineal del reactor

Linealización del modelo no lineal.

$$\dot{x} = f(x, u, d, p) \quad (6)$$

$$y = Cx \quad (7)$$

donde

$$x = [I, M, T, V]^T$$

$$y = [y_M, y_T, y_V]^T$$

$$f(\cdot) = [f_I(\cdot), f_M(\cdot), f_T(\cdot), f_V(\cdot)]^T$$

$$C = [(0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)]^T$$

$$u = [Q_e, T_c, Q_s]^T$$

$$d = T_e$$

$$p = \begin{bmatrix} \text{parámetros, por} \\ \text{ejemplo } \varepsilon, \Delta H_R, \dots \end{bmatrix}$$

El modelo lineal del reactor, en términos de variables de desviación, es

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \quad (8)$$

$$y = [\tilde{x}_M, \tilde{x}_T, \tilde{x}_V]^T \quad (9)$$

donde

$$\tilde{x} = [\tilde{x}_I, \tilde{x}_M, \tilde{x}_T, \tilde{x}_V]^T = x - \bar{x} \quad (10)$$

$$\tilde{u} = [\tilde{Q}_e, \tilde{T}_c, \tilde{Q}_s]^T = u - \bar{u} \quad (11)$$

donde el vector estado, \tilde{x} , y el vector de entradas, \tilde{u} , se encuentran en términos de las variables de desviación. La matriz A es el Jacobiano para los estados del reactor y B es el Jacobiano para las

entradas de control. Entonces, el modelo lineal del reactor en términos de las variables de desviación está dado por

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_I &= a_{11}\tilde{x}_I + a_{12}\tilde{x}_M + a_{13}\tilde{x}_T \\ &+ a_{14}\tilde{x}_V + b_{11}\tilde{Q}_e \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_M &= a_{21}\tilde{x}_I + a_{22}\tilde{x}_M + a_{23}\tilde{x}_T \\ &+ a_{24}\tilde{x}_V + b_{21}\tilde{Q}_e \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_T &= a_{31}\tilde{x}_I + a_{32}\tilde{x}_M + a_{33}\tilde{x}_T \\ &+ a_{34}\tilde{x}_V + b_{31}\tilde{Q}_e + b_{32}\tilde{T}_c \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_V &= a_{41}\tilde{x}_I + a_{42}\tilde{x}_M + a_{43}\tilde{x}_T \\ &+ a_{44}\tilde{x}_V + b_{41}\tilde{Q}_e + b_{43}\tilde{Q}_s \end{aligned} \quad (15)$$

Los valores de la matriz A y la matriz B , para los tres puntos de equilibrio, se encuentran en las tablas 3 y 4, respectivamente.

Análisis de Estabilidad

Para determinar la estabilidad de los estados estacionarios del modelo del reactor, se evaluaron los valores propios del Jacobiano construido con las funciones de cambio (matriz A); a partir de estos

valores y de acuerdo al teorema anterior, se concluye que el punto de equilibrio con T intermedia es inestable y los otros dos estados son asintóticamente estables. Estos valores se pueden observar en la Tabla 5. Los estados estacionarios con mayor y menor T de operación se denominan punto de ignición y punto de extinción, respectivamente.

Tabla 3. Valores del Jacobiano para la matriz A (Estados del Reactor).

Matriz A			
	1	2	3
a_{11}	-1.9961×10^{-2}	-1.9532×10^{-2}	-1.2063×10^{-1}
a_{12}	4.2605×10^{-8}	-4.2513×10^{-5}	-6.7217×10^{-6}
a_{13}	-7.1592×10^{-10}	-8.5555×10^{-7}	-3.7316×10^{-6}
a_{14}	1.4000×10^{-10}	-1.600×10^{-9}	-1.66759×10^{-8}
a_{21}	-3.4587×10^{-2}	-3.9784	-2.9824×10
a_{22}	-2.0014×10^{-2}	5.9015×10^{-2}	5.4995×10^{-2}
a_{23}	-1.3289×10^{-5}	-2.4843×10^{-4}	-2.3338×10^{-4}
a_{24}	-6.7000×10^{-8}	-4.1910×10^{-6}	-5.6689×10^{-6}
a_{31}	1.5946×10	1.4056×10^3	9.6559×10^3
a_{32}	1.8133	-4.4475×10	-4.3655×10
a_{33}	-6.1266×10^{-1}	-5.6694×10^{-2}	-4.8971×10^{-2}
a_{34}	1.2914×10^{-4}	5.8488×10^{-4}	8.1703×10^{-4}
a_{41}	-2.3872×10	-2.4037×10^3	-1.7249×10^4
a_{42}	-4.2309×10^{-2}	4.6211×10	4.1479×10
a_{43}	-9.1719×10^{-3}	-1.5011×10^{-1}	-1.3498×10^{-1}
a_{44}	-4.6373×10^{-5}	-2.5333×10^{-3}	-3.2789×10^{-3}

Tabla 4. Valores del Jacobiano de la matriz B (Entradas del Reactor)

Matriz B			
	1	2	3
b_{11}	-1.0070×10^{-6}	-9.2000×10^{-7}	-1.6205×10^{-7}
b_{12}	0	0	0
b_{13}	0	0	0
b_{21}	3.3500×10^{-6}	2.0955×10^{-4}	2.8345×10^{-4}
b_{22}	0	0	0
b_{23}	0	0	0
b_{31}	-2.9172×10^{-1}	-8.6605×10^{-1}	-1.2885
b_{32}	6.0662×10^{-1}	6.0557×10^{-2}	3.8387×10^{-2}
b_{33}	0	0	0
b_{41}	1	1	1
b_{42}	0	0	0
b_{43}	-1	-1	-1

Tabla 5. Valores propios del Jacobiano de la matriz A

	Valores propios de la matriz A		
	1	2	3
	Extinción	Inestable	Ignición
I	-0.61	1.129×10^{-1}	$-2.354 \times 10^{-2} + 0.1367 i$
M	-0.0199	-1.163×10^{-1}	$-2.354 \times 10^{-2} - 0.1367 i$
T	-0.02	-1.679×10^{-2}	-7.0025×10^{-2}
V	-4.823×10^{-5}	4.586×10^{-4}	-7.7130×10^{-4}

En la Figura 4 se observa el comportamiento del reactor en sus tres puntos de operación, en su versión no lineal. Las condiciones iniciales se determinaron aplicando porcentajes de desviación a los valores de

los estados nominales \bar{I} , \bar{M} y \bar{T} ; el volumen (V) se considera constante. Estos valores se encuentran en la Tabla 6.

Tabla 6. Porcentajes de desviación para obtener las condiciones iniciales.

Porcentajes de desviación		
Extinción	Inestable	Ignición
$\pm 1, \pm 5, \pm 10$	$\pm 1, \pm 2, -3$	$\pm 1, \pm 2, -3$

En las gráficas, se observa el comportamiento del reactor en el punto de extinción y en el punto de ignición, respectivamente; en ellas, se puede apreciar que el sistema converge al punto de equilibrio cuando se aplican condiciones iniciales diferentes a los valores nominales. En el punto de extinción los tiempos de asentamiento, t_s , para I y M son

aproximadamente 150min y para T es menor a 50min. En el punto de ignición los t_s para I , M y T se encuentran en el intervalo de 150-200min. En la Figura 4 se muestra el comportamiento del reactor en el punto de equilibrio inestable.

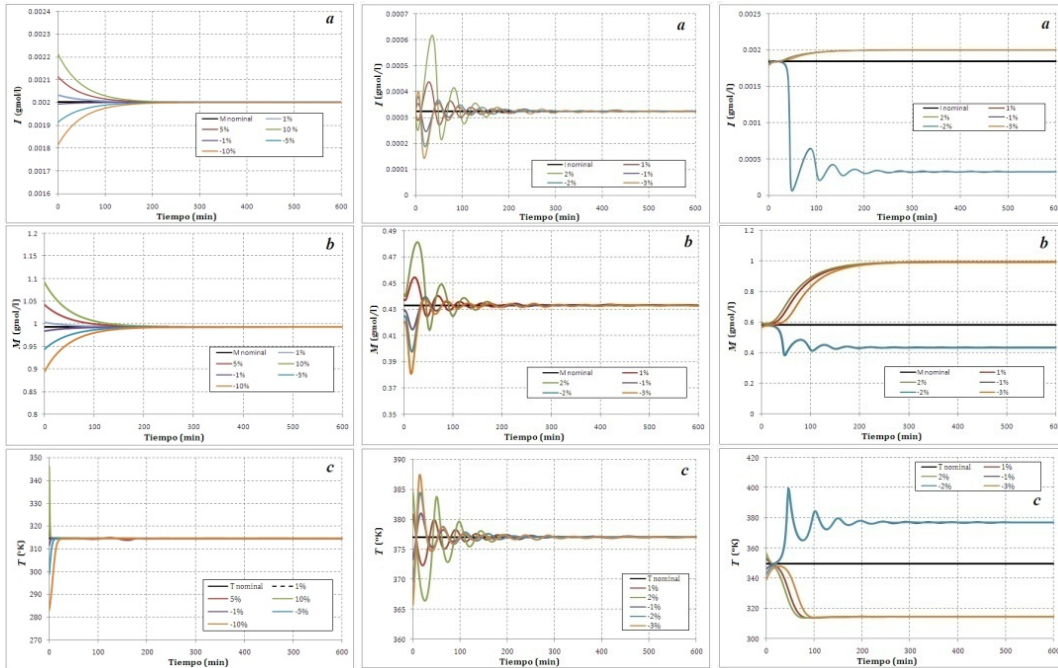


Figura 4. Comportamiento del reactor en lazo abierto en el punto de extinción, ignición y en estado inestable

RESULTADOS

Configuración del esquema de control.

El diseño del sistema de control propuesto tiene la siguiente configuración de retroalimentación: como salidas a M, T , y V y para accionar a Q_e, T_c y Q_s , respectivamente. En la Figura 5 se observa el diagrama de bloques para esta configuración de control. Las expresiones de retroalimentación son de tipo convencional con acción proporcional en una primera etapa del estudio, luego se agrega la acción

integral en una segunda etapa. Para evaluar el desempeño de los controladores se considera una perturbación (temperatura de entrada del monómero) y errores paramétricos en el modelo (eficiencia del iniciador, constante de propagación sin gel y coeficiente de transferencia de calor). Entonces, el objetivo es diseñar un procedimiento sistemático para la sintonización de las ganancias de las acciones de control, una para cada par entrada-salida.

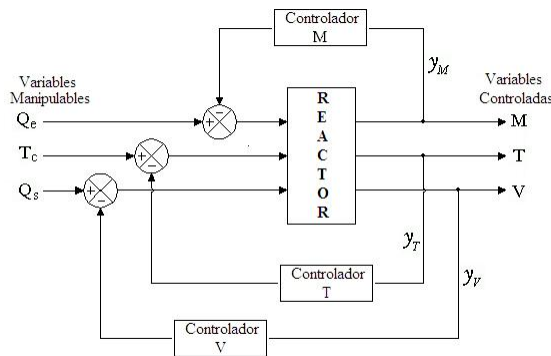


Figura 5. Diagrama de bloques del esquema de control para el reactor de polimerización

La idea es estabilizar el modelo lineal a lazo cerrado, escogiendo adecuadamente las ganancias; y si el modelo lineal a lazo cerrado es estable, entonces se espera que el reactor, en su versión no lineal, sea estable una vez que se hayan aplicado los controladores con las ganancias obtenidas del

esquema lineal. El diseño de estos controladores se realiza en el espacio de estados.

Control Proporcional (P).

En esta primera etapa del estudio se diseña un sistema de control convencional con acción Proporcional (P).

Se elige el punto de equilibrio inestable como condición nominal de operación. Con base a las configuraciones de control considerados en la literatura (Alvarez, 1996), los lazos de control para

este sistema son (Q_e, y_M) , (T_c, y_T) y (Q_s, y_V) , entonces los controladores proporcionales son:

Para el monómero

$$Q_e = \bar{Q}_e + K_{P,M} \tilde{x}_M \quad (16)$$

Para la temperatura

$$T_c = \bar{T}_c + K_{P,T} \tilde{x}_T \quad (17)$$

Para el volumen

$$Q_s = \bar{Q}_s + K_{P,V} \tilde{x}_V \quad (18)$$

donde $K_{P,M}$, $K_{P,T}$ y $K_{P,V}$ son las ganancias de los controladores para el monómero, temperatura y volumen, respectivamente. La sintonización de los controladores se realiza con base en las dinámicas en

lazo cerrado del reactor en su versión lineal, sustituyendo las ecuaciones (16), (17) y (18) en las ecuaciones (13), (14) y (15) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_M &= a_{21}\tilde{x}_I + a_{22}\tilde{x}_M + a_{23}\tilde{x}_T \\ &\quad + a_{24}\tilde{x}_V + b_{21}K_{P,M}\tilde{x}_M \\ \dot{\tilde{x}}_T &= a_{31}\tilde{x}_I + a_{32}\tilde{x}_M + a_{33}\tilde{x}_T + a_{34}\tilde{x}_V \\ &\quad + b_{31}K_{P,M}\tilde{x}_M + b_{32}K_{P,T}\tilde{x}_T \\ \dot{\tilde{x}}_V &= a_{41}\tilde{x}_I + a_{42}\tilde{x}_M + a_{43}\tilde{x}_T + a_{44}\tilde{x}_V \\ &\quad + b_{41}K_{P,M}\tilde{x}_M + b_{43}K_{P,V}\tilde{x}_V \end{aligned}$$

reordenando términos

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_M &= (a_{22} + b_{21}K_{P,M})\tilde{x}_M + a_{21}\tilde{x}_I \\ &\quad + a_{23}\tilde{x}_T + a_{24}\tilde{x}_V \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_T &= (a_{33} + b_{32}K_{P,T})\tilde{x}_T + (a_{32} \\ &\quad + b_{31}K_{P,M})\tilde{x}_M + a_{31}\tilde{x}_I + a_{34}\tilde{x}_V \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_V &= (a_{44} + b_{43}K_{P,V})\tilde{x}_V + (a_{42} \\ &\quad + b_{41}K_{P,M})\tilde{x}_M + a_{41}\tilde{x}_I + a_{43}\tilde{x}_T \end{aligned} \quad (21)$$

De acuerdo a la configuración de control, las ganancias de los controladores se consideran

desacoplados y las ecuaciones (19), (20) y (21) se reducen a

$$\dot{\tilde{x}}_M = (a_{22} + b_{21}K_{P,M})\tilde{x}_M \quad (22)$$

$$\dot{\tilde{x}}_T = (a_{33} + b_{32}K_{P,T})\tilde{x}_T \quad (23)$$

$$\dot{\tilde{x}}_V = (a_{44} + b_{43}K_{P,V})\tilde{x}_V \quad (24)$$

La dinámica de referencia que se considera para cada variable de estado es la siguiente:

$$\dot{x}_{R,i} + \omega_i x_{R,i} = 0 \quad i = M, T, V \quad (25)$$

$$\omega_i = \omega_{R,i} S_c, \quad \omega_{R,i} = \frac{4}{\tau_{R,i}}$$

la cual es de polo asignable a través de la frecuencia característica ω_i , y ésta última se encuentra en términos de una frecuencia característica de referencia $\omega_{R,i}$ y un factor de escalamiento temporal S_c . El tiempo de asentamiento de referencia $\tau_{R,i}$ se

establece como un promedio del que se observa en los puntos de equilibrio estables del reactor. La sintonización de las ganancias se obtiene igualando los coeficientes de las ecuaciones (22), (23) y (24) con las dinámicas de referencia (25)

$$a_{22} + b_{21} K_{P,M} = -\omega_M \quad (26)$$

$$a_{33} + b_{32} K_{P,T} = -\omega_T \quad (27)$$

$$a_{44} + b_{43} K_{P,V} = -\omega_V \quad (28)$$

despejando las ganancias $K_P = [K_{P,M}, K_{P,T}, K_{P,V}]$ se obtiene

$$K_{P,M} = -\left(\frac{1}{b_{21}}\right)(\omega_M + a_{22}) \quad (29)$$

$$K_{P,T} = -\left(\frac{1}{b_{32}}\right)(\omega_T + a_{33}) \quad (30)$$

$$K_{P,V} = -\left(\frac{1}{b_{43}}\right)(\omega_V + a_{44}) \quad (31)$$

en las cuales una vez fijados $\omega_{R,i}$, S_c es el único parámetro de sintonización. La expresión general de

estas ganancias es

$$K_{P,i} = -\left(\frac{1}{b_i}\right)(\omega_i + a_i) \quad (32)$$

Control Proporcional-Integral (PI).

En la sección anterior se diseñó el esquema de control proporcional (P); sin embargo en este tipo de controladores se tiene el error en estado estacionario (e_{ss}). Para eliminar este error se recurre a la acción integral. En esta sección se diseña el controlador Proporcional-Integral (PI), con el objetivo de eliminar

el sesgo o e_{ss} ; además, tomando en cuenta que este tipo de controladores es ampliamente usado para el control de este tipo de reactores. Se consideran los mismos lazos de control (Q_e, y_M) , (T_c, y_T) y (Q_s, y_V) y con base a estas configuraciones, los controladores PI son

Para el monómero

$$Q_e = \bar{Q}_e + K_{P,M} \tilde{x}_M + \int_0^t K_{I,M} \tilde{x}_M d\tau \quad (33)$$

Para la temperatura

$$T_c = \bar{T}_c + K_{P,T} \tilde{x}_T + \int_0^t K_{I,T} \tilde{x}_T d\tau \quad (34)$$

Para el volumen

$$Q_s = \bar{Q}_s + K_{P,V} \tilde{x}_V + \int_0^t K_{I,V} \tilde{x}_V d\tau \quad (35)$$

donde $K_P = [K_{P,M}, K_{P,T}, K_{P,V}]$ y

$K_I = [K_{I,M}, K_{I,T}, K_{I,V}]$ son los conjuntos de

ganancias proporcional e integral, respectivamente.

De igual manera que en el controlador proporcional,

la sintonización de los controladores se realiza con base a las dinámicas en lazo cerrado del reactor en su versión lineal. Se sustituyen las ecuaciones (33), (34) y (35) en (13), (14) y (15), y se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_M(t) &= a_{21} \tilde{x}_I(t) + a_{22} \tilde{x}_M(t) \\ &+ a_{23} \tilde{x}_T(t) + a_{24} \tilde{x}_V(t) \\ &+ b_{21} \left(K_{P,M} \tilde{x}_M(t) \right. \\ &\left. + \int_0^t K_{I,M} \tilde{x}_M(\tau) d\tau \right) \\ \dot{\tilde{x}}_T(t) &= a_{31} \tilde{x}_I(t) + a_{32} \tilde{x}_M(t) + a_{33} \tilde{x}_T(t) \\ &+ a_{34} \tilde{x}_V(t) + b_{31} \left(K_{P,M} \tilde{x}_M(t) \right. \\ &\left. + \int_0^t K_{I,M} \tilde{x}_M(\tau) d\tau \right) \\ &+ b_{32} \left(K_{P,T} \tilde{x}_T(t) \right. \\ &\left. + \int_0^t K_{I,T} \tilde{x}_T(\tau) d\tau \right) \\ \dot{\tilde{x}}_V(t) &= a_{41} \tilde{x}_I(t) + a_{42} \tilde{x}_M(t) + a_{43} \tilde{x}_T(t) \\ &+ a_{44} \tilde{x}_V(t) + b_{41} \left(K_{P,M} \tilde{x}_M(t) \right. \\ &\left. + \int_0^t K_{I,M} \tilde{x}_M(\tau) d\tau \right) \\ &+ b_{43} \left(K_{P,V} \tilde{x}_V(t) \right. \\ &\left. + \int_0^t K_{I,V} \tilde{x}_V(\tau) d\tau \right) \end{aligned} \quad (36)$$

Para evitar el término integral, se derivan las variables de estado con respecto al tiempo obteniendo el

siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\tilde{x}}_M(t) &= a_{21}\dot{\tilde{x}}_I(t) + a_{22}\dot{\tilde{x}}_M(t) \\
 &+ a_{23}\dot{\tilde{x}}_T(t) + a_{24}\dot{\tilde{x}}_V(t) \\
 &+ b_{21}\left(K_{P,M}\dot{\tilde{x}}_M(t)\right. \\
 &\left.+ K_{I,M}\tilde{x}_M(t)\right) \\
 \ddot{\tilde{x}}_T(t) &= a_{31}\dot{\tilde{x}}_I(t) + a_{32}\dot{\tilde{x}}_M(t) + a_{33}\dot{\tilde{x}}_T(t) \\
 &+ a_{34}\dot{\tilde{x}}_V(t) + b_{31}\left(K_{P,M}\dot{\tilde{x}}_M(t)\right. \\
 &\left.+ K_{I,M}\tilde{x}_M(\tau)\right) + b_{32}\left(K_{P,T}\dot{\tilde{x}}_T(t)\right. \\
 &\left.+ K_{I,T}\tilde{x}_T(t)\right) \\
 \ddot{\tilde{x}}_V(t) &= a_{41}\dot{\tilde{x}}_I(t) + a_{42}\dot{\tilde{x}}_M(t) + a_{43}\dot{\tilde{x}}_T(t) \\
 &+ a_{44}\dot{\tilde{x}}_V(t) + b_{41}\left(K_{P,M}\dot{\tilde{x}}_M(t)\right. \\
 &\left.+ K_{I,M}\tilde{x}_M(t)\right) + b_{43}\left(K_{P,V}\dot{\tilde{x}}_V(t)\right. \\
 &\left.+ K_{I,V}\tilde{x}_V(t)\right)
 \end{aligned} \tag{37}$$

Agrupando términos

$$\begin{aligned}
 \ddot{\tilde{x}}_M(t) - (a_{22} + b_{21}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\
 - K_{I,M}\tilde{x}_M(t) &= a_{21}\dot{\tilde{x}}_I(t) \\
 &+ a_{23}\dot{\tilde{x}}_T(t) + a_{24}\dot{\tilde{x}}_V(t)
 \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{\tilde{x}}_T(t) - (a_{33} + b_{32}K_{P,T})\dot{\tilde{x}}_T(t) \\
 - K_{I,T}\tilde{x}_T(t) &= a_{31}\dot{\tilde{x}}_I(t) \\
 &+ (a_{32} + b_{31}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\
 &+ a_{34}\dot{\tilde{x}}_V(t) + K_{I,M}\tilde{x}_M
 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{\tilde{x}}_V(t) - (a_{44} + b_{43}K_{P,V})\dot{\tilde{x}}_V(t) \\
 - K_{I,V}\tilde{x}_V(t) &= a_{41}\dot{\tilde{x}}_I(t) \\
 &+ (a_{42} + b_{41}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\
 &+ a_{43}\dot{\tilde{x}}_T(t) + K_{I,M}\tilde{x}_M(t)
 \end{aligned} \tag{40}$$

Los términos del lado derecho de estas ecuaciones se pueden definir como

$$\begin{aligned}
 \alpha_M(t) &= a_{21}\dot{\tilde{x}}_I(t) + a_{23}\dot{\tilde{x}}_T(t) \\
 &+ a_{24}\dot{\tilde{x}}_V(t)
 \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} \alpha_T(t) &= a_{31}\ddot{\tilde{x}}_I(t) + (a_{32} \\ &+ b_{31}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\ &+ a_{34}\dot{\tilde{x}}_V(t) + K_{I,M}\tilde{x}_M \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \alpha_V(t) &= a_{41}\ddot{\tilde{x}}_I(t) + (a_{42} \\ &+ b_{41}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\ &+ a_{43}\dot{\tilde{x}}_T(t) + K_{I,M}\tilde{x}_M(t) \end{aligned} \quad (43)$$

Sustituyendo las ecuaciones (41), (42) y (43) en las ecuaciones (38), (39) y (40) y considerando que las

ganancias de los controladores están desacopladas, las ecuaciones características del sistema son

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_M(t) - (a_{22} + b_{21}K_{P,M})\dot{\tilde{x}}_M(t) \\ - b_{21}K_{I,M}\tilde{x}_M(t) = \alpha_M(t) \\ \alpha_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_T(t) - (a_{33} + b_{32}K_{P,T})\dot{\tilde{x}}_T(t) \\ - b_{32}K_{I,T}\tilde{x}_T(t) = \alpha_T(t) \\ \alpha_M(t) = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}_V(t) - (a_{44} + b_{43}K_{P,V})\dot{\tilde{x}}_V(t) \\ - b_{43}K_{I,V}\tilde{x}_V(t) = \alpha_V(t) \\ \alpha_V(t) = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

Luego, se considera la siguiente dinámica de segundo orden como referencia

$$\ddot{x}_{R,i} + 2\zeta\omega_i\dot{x}_{R,i} + \omega_i^2x_{R,i} = 0 \quad i = M, T, V \quad (47)$$

la cual es de polo asignable a través del factor de amortiguamiento (ζ) y la frecuencia característica ω_i definida en la ecuación (26). Por último, las ganancias se obtienen igualando los coeficientes de

las ecuaciones (44),(45) y (46) con las dinámicas de referencia (47) y se despejan $K_{P,i}$ y $K_{I,i}$ ($i = I, M, T$).

Para el monómero

$$\begin{aligned} -(a_{22} + b_{21}K_{P,M}) &= 2\zeta\omega_M \\ -b_{21}K_{I,M} &= \omega_M^2 \\ K_{P,M} &= -\left(\frac{1}{b_{21}}\right)(2\zeta\omega_M(S_c) + a_{22}) \end{aligned} \quad (48)$$

$$K_{I,M} = \frac{-[\omega_M(S_c)]^2}{b_{21}} \quad (49)$$

Para la temperatura

$$\begin{aligned} -(a_{33} + b_{32}K_{P,T}) &= 2\zeta\omega_T \\ -b_{32}K_{I,T} &= \omega_T^2 \\ K_{P,T} &= -\left(\frac{1}{b_{32}}\right)(2\zeta\omega_T(S_c) + a_{33}) \end{aligned} \quad (50)$$

$$K_{I,T} = \frac{-[\omega_T(S_c)]^2}{b_{32}} \quad (51)$$

Para el volumen

$$\begin{aligned} -(a_{44} + b_{43}K_{P,V}) &= 2\zeta\omega_V \\ -b_{43}K_{I,V} &= \omega_V^2 \\ K_{P,V} &= -\left(\frac{1}{b_{43}}\right)(2\zeta\omega_M(S_c) + a_{44}) \end{aligned} \quad (52)$$

$$K_{I,V} = \frac{-[\omega_V(S_c)]^2}{b_{43}} \quad (53)$$

de manera general estas ganancias se expresan como ($i = I, M, T$).

$$K_{P,i} = -\left(\frac{1}{b_i}\right)(2\zeta\omega_i(S_c) + a_i) \quad (54)$$

$$K_{I,i} = \frac{-[\omega_i(S_c)]^2}{b_i} \quad (55)$$

en las cuales una vez fijados ζ y $\omega_{R,i}$ el único parámetro de sintonización es S_c .

DISCUSIÓN

Desempeño del Controlador Proporcional Integral (PI)

La sintonización del controlador proporcional con acción Integral (PI), al igual que en el caso del controlador P, se realiza aplicando las ganancias obtenidas del modelo lineal al modelo no lineal. El desempeño de este controlador se evalúa para un valor del factor de amortiguamiento de 0.71 (valor elegido para que el porcentaje del sobrepaso máximo no exceda el 5% del valor nominal) y el factor de escalamiento S_c queda como el único parámetro de sintonización.

En el sistema de control proporcional, se observa que los cambios de operación en el reactor tienen mayor influencia en el desempeño del controlador que la perturbación en la T_e . Es por esto, que para el controlador PI se presenta el comportamiento del

reactor cuando se aplica la perturbación en T_e y los errores en el modelo; suponiendo que si puede estabilizar el sistema con estos cambios y elimina el error, entonces el controlador PI no requerirá de mayor esfuerzo para estabilizar el sistema cuando se aplica sólo la perturbación o los errores en el modelo. El comportamiento del reactor se presenta en la Figura 6, y se observa que i) al aplicar la acción integral el e_{ss} se elimina, ii) el sistema se estabiliza a partir de factores de escalamiento menores que en el caso de la acción proporcional, iii) la respuesta del sistema es más rápida si se compara con la del sistema con el controlador P y con el sistema en lazo abierto, iv) se considera el criterio de estabilidad del 2% y el sobrepaso máximo se encuentra dentro de este rango, excepto cuando S_c tiene un valor de dos.

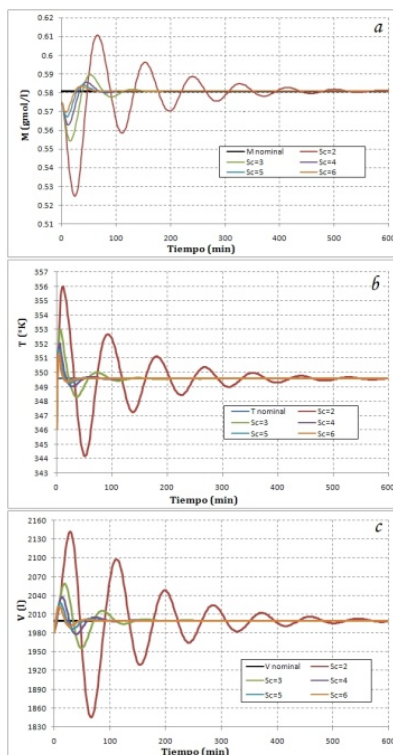


Figura 6. Comportamiento del reactor en lazo cerrado con error en el modelo y perturbación en la T_e , con el sistema de control PI y valores nominales de operación: a) Concentración de Monómero, b) Temperatura y c) Volumen.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el diseño y evaluación del desempeño de dos controladores convencionales para la clase de reactores de tanque agitado en operación continua, de homopolimerización por radicales libres. Los controladores consisten en una configuración de tres entradas-tres salidas $((Q_e, y_M), (T_c, y_T) \text{ y } (Q_s, y_V))$, con acciones del tipo Proporcional y Proporcional-Integral. La sintonización de las ganancias se realiza de manera sistemática a través de la asignación de polos de la dinámica del reactor a lazo cerrado; dinámica que se obtuvo de la linealización del modelo no lineal alrededor de un punto de equilibrio inestable, que se escogió como estado nominal de operación. El modelo no lineal del reactor presenta tres puntos de equilibrio, dos de los cuales son estables y uno inestable; la estabilidad de los estados

se evaluó y el punto de equilibrio con T de operación intermedia resultó ser el inestable. Para evaluar el desempeño de los esquemas de control se aplicó una perturbación en T_e , errores en parámetros del modelo (cambios en las condiciones de operación) y desviaciones en las condiciones iniciales.

Este método de sintonización se puede evaluar para otro tipo de reactor, otro monómero y otro medio de reacción. Los cambios necesarios para aplicar este esquema de control consisten en definir el modelo del proceso, mediante el planteamiento de sus ecuaciones de balances de materia y energía, así como las condiciones de operación. Una vez obtenido el modelo, se aplica el esquema de control descrito en este trabajo. También es conveniente evaluar la efectividad de este método de sintonización para otros procesos, como por ejemplo los biorreactores.

REFERENCIAS

Alvarez J. (1996). Output-Feedback Control of Nonlinear Plants, *AIChE Journal*, 42(9), 2540-2554.

Alvarez J. y González P. (2007). Constructive Control of Continuous Polymer Reactor, *Journal of Process Control*, 17, 463-476.

Congalidis J.P., Richards J.R y Ray W. H. (1989). Feedforward and Feedback Control of a Solution Copolymerization Reactor, *AIChE Journal*, 35(6), 891-907.

Coughanowr D. R. (1991). *Process Systems Analysis and Control*, Ed. McGraw-Hill.

Doyle III F. J., Masoud S. y Cordeiro C. (2002). Control of Product Quality in Polymerization Processes, *AIChE Symposium Series*, 290-306.

Giudici R. (2000). Polymerization Reaction Engineering: A Personal Overview of the State of Art, *Latin American Applied Research*, 30, 351-356.

In-Hyoun S. y Hyun-Ku R. (2004). Nonlinear Control of Polymerization Reactor by Wiener Predictive Controller Based on One-Step Subspace Identification, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 43, 7261-7274.

Kim J. Y. y Laurence R. L. (1998). Mathematical Model and Analysis of PMMA Solution Processes, *Korean J. Chem. Eng.*, 15(3), 287-296.

Levenspiel O. (2004). *Ingeniería de las Reacciones Químicas*, 3ra Edición, Ed. Limusa-Wiley.

Luyben W. L. (2007). *Chemical Reactor Design and Control*, Ed. John Wiley & Sons.

Ray W. H. (1986). Polymerization Reactor Control, *IEEE Control Systems Magazine*, 6(4), 3-8.

Richards J. R. y Congalidis J. P. (2006). Measurement and control of polymerization reactors, *Computers and Chemical Engineering*, 30, 1447-1463.

Schmidt L. D. (1998). *The Engineering of Chemical Reactions*, New York Oxford University Press, Inc.

Smith C. y Corripio A. (2004). *Control Automático de Procesos*, Ed. Limusa Noriega.

Este documento debe citarse como:

Cruz Jiménez, B., Ricalde Castellanos, L., Escamilla Puc, A., Catzín Contreras, G. (2011). **Control por linealización de un reactor de polimerización**. *Ingeniería*, Revista Académica de la FI-UADY, 15-2, pp 111-128, ISSN: 1665-529-X.