Sincronización de una red de una clase de sistemas de potencia basada en teoría de contracciones

Solís Perales, G.[1]

Fecha de recepción: 23 de febrero de 2011 – Fecha de aprobación: 30 de agosto de 2011

RESUMEN
En esta contribución se presenta un análisis de sincronización de una red de una clase de sistemas de potencia usando la teoría de contracción. Este análisis se caracteriza por no estar basado en la teoría de estabilidad de Lyapunov, esto es que no se requiere determinar una función candidata de Lyuapunov. El análisis consiste en determinar o proponer un sistema virtual o auxiliar el cual sea contractante en una región del espacio de estados. Se busca que en dicha región las trayectorias de los sistemas en la red converjan a aquellas del sistema virtual y entonces así obtener la sincronización de los sistemas. La aportación consiste en aplicar un análisis no tradicional al problema de la sincronización de una red de una clase de sistemas mecatrónicos de potencia.

Palabras clave: sincronización, redes complejas, teoría de contracción.

Synchronization of a network of a class of power systems based on contraction theory

ABSTRACT
This contribution presents a synchronization analysis of networks of a class of power systems using the contraction theory for non linear systems. This analysis is characterized by not being based on Lyapunov stability theory, this is, it is not required to determine a Lyuapunov candidate function. The analysis consists into identify or propose a virtual or auxiliary system which is contracting in a region of the state space. It is intended that in this region the trajectories of the systems on the network converge to those of the virtual system and then obtain the synchronization of the systems. The contribution consists in applying a non-traditional analysis to the problem of synchronization of a class of mechatronic power system.

Keywords: synchronization, complex networks, contraction theory.

---

[1] Depto. de Electrónica, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Av. Revolución 1500, Col. Olímpica Guadalajara, Jal., México. gualberto.solis@cucei.udg.mx
Nota: El período de discusión está abierto hasta el 1º de marzo de 2012. Este artículo de investigación es parte de **Ingeniería–Revista Académica de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán**, Vol. 15, No. 2, 2011, ISSN 1665-529X.

1. INTRODUCCIÓN

Una red se define como la interconexión de elementos o sistemas mediante un acoplamiento, estas se encuentran en todas partes, desde redes sociales hasta redes genómicas. Su estudio y análisis han atraído la atención de los investigadores en las áreas de las ciencias y la ingeniería debido a la gran diversidad de problemas y aplicaciones donde aparecen estas estructuras (Albert & Barabási 2002; Wang & Chen 2003; Boccaletti et al. 2006). Las redes complejas están presentes en sistemas biológicos, circuitos electrónicos, comunidades sociales, la propagación de enfermedades, los sistemas neuronales, etc. Estas redes presentan muchos desafíos, por ejemplo, el problema de redes dinámicas, esto es, la estructura de la red está cambiando a lo largo del tiempo y el tamaño de la red es o no estático; el problema de considerar acoplamientos no lineales implica que la fuerza de acoplamiento entre los nodos obedece a una relación no lineal de los estados o es variante en el tiempo; el problema de la sincronización de redes con nodos no idénticos significa que los sistemas en los nodos son estrictamente diferentes; entre otros (Strogatz, 2001). Uno de los problemas que ha atraído gran atención es la sincronización entre los nodos. En este sentido, la sincronización se ha estudiado utilizando varias técnicas. La suposición principal que se usa como punto de partida es que, existe un estado de referencia a donde las trayectorias de los sistemas de la red convergen. Por ejemplo, se ha demostrado la sincronización global y estabilidad asintótica (Li & Chen 2006), donde condiciones suficientes se establecieron sobre la base de la estabilidad de Lyapunov en lugar de la determinación de los exponentes de Lyapunov y la función de estabilidad maestra. Un esquema basado en observadores de estados se ha reportado (Jiang, et al. 2006), donde una red con sistemas con el mismo modelo en los nodos fue considerado y sólo una señal escalar es considerada como salida y una señal escalar como entrada, la sincronización se obtiene mediante la teoría de estabilidad de Lyapunov y la técnica de desigualdades matriciales lineales (LMI). La sincronización de redes también se puede encontrar en estructuras modulares (Park, et al. 2006), donde las conexiones entre las comunidades es escasa, estas redes tienen una gran importancia en redes sociales o biológicas, la sincronización se obtuvo usando el enfoque de la función de estabilidad maestra lo que implica la determinación de los exponentes de Lyapunov.

Las contribuciones mencionadas requieren de dos aspectos principales, la determinación de una función de Lyapunov, que en algunos o en muchos casos es difícil de obtener, y en algunos casos la determinación del exponente transversal de Lyapunov mediante un proceso numérico. En esta contribución se propone utilizar una técnica alternativa para determinar la sincronización de redes complejas. La teoría de contracción (Lohmiller & Slotin 1998) se puede utilizar para garantizar la sincronización entre sistemas, por ejemplo en (Sharma & Kar 2009, Yi-Sung, et al. 2008; Jui-Sheng et al. 2010) muestran la aplicación de la teoría de contracción a la sincronización de sistemas caóticos en la forma maestro esclavo. En (Sharma & Kar 2009, Yi-Sung, et al. 2008; Jui-Sheng et al. 2010) se presentan resultados de la sincronización entre sistemas de potencia en un esquema maestro esclavo. En esta propuesta se aplica la teoría de contracción a la sincronización de sistemas de potencia pero en forma de red. Es decir, no se utiliza un sistema de control para lograr la sincronía, esta se logra mediante la interconexión entre los sistemas, mientras que en el caso de la sincronización maestro esclavo se requiere controlar al sistema esclavo para lograr la sincronización. La parte relevante, es que la convergencia de las trayectorias de los sistemas puede analizarse diferencialmente en lugar de utilizar la teoría de estabilidad de Lyapunov. Recientemente, la teoría de contracción y la técnica de la función de estabilidad Maestra se analizaron para la sincronización de las redes complejas y algunas observaciones importantes fueron establecidas (Russo & Di Bernardo 2009), por ejemplo, el uso de la teoría de contracción no requiere la determinación de una función de Lypunov ni de los exponentes de Lyapunov, mientras que para el caso de la función de estabilidad maestra es indispensable el contar con los exponentes de Lyapunov.

En esta contribución se utiliza la teoría de contracción para el estudio y análisis de la convergencia de las trayectorias en lugar de analizar la estabilidad de un punto de equilibrio. La teoría de contracción, proporciona una forma sencilla de comprobar la convergencia de las trayectorias, para este fin se requiere de un sistema virtual o auxiliar. La convergencia se logra cuando las trayectorias de todos los sistemas están en una región del espacio de estados llamada región de contracción y se quedan en esta última para todo tiempo posterior, además, la convergencia entre sí es de manera exponencial.

En este artículo se propone usar una técnica de análisis diferente a las tradicionales a un problema de una clase de sistemas mecatrónicos. Cabe mencionar que el análisis de contracción es relativamente reciente, por lo que existe poca información de su aplicación a sistemas de potencia y aun menos a la sincronización de redes de generadores. Aquí se estudia la sincronización de redes de una clase de sistemas de potencia que se utiliza para modelar los generadores de energía eléctrica. Esta clase de sistemas es particularmente interesante ya que pueden llegar a presentar un comportamiento complejo como caos, este comportamiento puede llegar a producir consecuencias indeseables tales como apagones o caídas en la potencia de toda la red. Este tipo de sistemas de potencia son interconectados en red de tal manera que representen toda una red de generación y suministro de energía eléctrica. Cabe mencionar que en esta contribución se considera que el modelo está dado por un sistema de segundo orden con dos variables de estado dadas por la velocidad angular y el ángulo del generador, y donde las variables a sincronizar son el ángulo y la velocidad angular de los generadores.

Aplicando la teoría de contracción para obtener las condiciones de la sincronización de los generadores debemos determinar una región de contracción que puede depender de los parámetros, la fuerza de acoplamiento y el grado de conectividad de los sistemas, el grado de conectividad del nodo es el número de conexiones de ese nodo, es decir con cuantos nodos se está conectando. Es importante resaltar que este tipo de sistemas conectados en red han sido poco estudiados desde el punto de vista de la teoría de contracción, lo cual este resultado presenta una contribución al problema del estudio y análisis de esta clase de sistemas. En este sentido, se busca contribuir al estudio de una clase de sistemas mecatrónicos como son los sistemas electromecánicos, mediante la aplicación de una técnica sencilla para determinar y estudiar el comportamiento dinámico de estos sistemas.

En este sentido la importancia de los resultados estriba en que se puede analizar la sincronía en redes eléctricas de generación, donde el principal problema es lograr la sincronía principalmente en la potencia ya que la red debe estar en equilibrio o en sincronía.

El resto del manuscrito se organiza de la siguiente manera: la Sección II presenta los resultados básicos sobre la teoría de contracción, la Sección III presenta la sincronización de redes de sistemas de potencia, finalmente, la Sección IV cierra el documento con algunas conclusiones sobre la sincronización de redes de sistemas de potencia.

2. TEORÍA DE CONTRACCIÓN

La teoría de contracción permite analizar la estabilidad de sistemas no lineales en términos de la convergencia de las trayectorias de los sistemas utilizando una aproximación diferencial. Esta teoría es diferente a los métodos de estabilidad de Lyapunov, sobre todo porque no obliga al conocimiento de un punto de equilibrio, por lo tanto, el análisis de estabilidad se basa en desplazamientos virtuales. El comportamiento contractivo es una propiedad respecto a la convergencia de las trayectorias de sistemas arbitrarios, por lo que un sistema no lineal es contractante si el efecto de las condiciones iniciales es olvidado de manera exponencial. Otro aspecto importante de la teoría de contracción es que el análisis de la estabilidad diferencial es exacto y no depende de un cálculo numérico.

Consideremos sistemas no lineales de la forma

$$\dot{x} = F(x,t) \qquad (1)$$

donde $x \in R^n$ es el vector de estados, $F: R^n \to R^n$ es un campo vectorial no lineal continuamente diferenciable. Sea δx un desplazamiento virtual infinitesimal del estado *x* en un tiempo fijo, por tanto, la primera variación del sistema está dada por

$$\delta\dot{x} = \frac{\partial F(x,t)}{\partial x}\delta x \qquad (2)$$

donde el cuadrado de la distancia $(\delta x^T \delta x)$ entre trayectorias adyacentes es como sigue

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\delta x^T \delta x) &= 2\delta x^T \delta\dot{x} = 2\delta x^T \frac{\partial F}{\partial x}\delta x \qquad (3)\\ &\leq 2\lambda_{max}(x,t)\delta x^T \delta x\end{aligned}$$

y por lo tanto

$$\|\delta x\| \leq \|\delta x_0\| e^{\int_0^t \lambda_{max}(x,t)dt} \qquad (4)$$

Donde $\lambda_{max}(x,t)$ es el valor propio más grande de la parte simétrica del Jacobiano $J = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)$, así $\lambda_{max}(x,t)$ es estrictamente uniformemente negativo, entonces, cualquier desplazamiento infinitesimal $\|\delta x\|$

converge exponencialmente a cero, esto es, $\exists\beta > 0 \forall x$ y $\forall t \geq 0$ tal que $\lambda_{max}(x,t) \leq -\beta < 0$. Entonces, de (4) se asegura que todas las soluciones del sistema (1) convergen exponencialmente a una sola trayectoria a pesar del efecto de las condiciones iniciales.

Definición 1. Dado el sistema (1) una región $\boldsymbol{C}$ del espacio de estados se llama región de contracción si la matriz Jacobiana $J = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)$ es uniformemente negativa definida en esa región.

Por lo tanto, el principio de contracción puede enunciarse como sigue:

Teorema 2. Sean $x(t)$ y $\tilde{x}(t)$ dos trayectorias genéricas del sistema (1). Sea $\boldsymbol{M}_t$: $\boldsymbol{B}_\varepsilon$ $(x(t))$ el tubo alrededor de $x(t)$, y sea $\boldsymbol{C} \in R^n$ una región de contracción del espacio de fases, definida como

$$\boldsymbol{C} := \left\{x \in R^n : \left(\frac{1}{2}\right)\left(\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^T\right) \leq -\beta I, \beta > 0, \forall t \in R^+\right\} \quad (5)$$

Si $\tilde{x}(t)$ es tal que $\tilde{x}(x_0) \in \boldsymbol{M}_0$ y $\boldsymbol{M}_t \subset \boldsymbol{C} \forall t \in R^+$ entonces $\tilde{x}(t) \in \boldsymbol{M}_t \forall t \in R^+$, y $\delta x^T \delta\dot{x} = k\delta x_0^T \delta x_0 e^{-\beta t}$, con $k \geq 1, \beta \geq 0, \forall t \in R^+$.

El teorema anterior establece que dado $\dot{x} = F(\mathrm{x}, \mathrm{t})$, una trayectoria que comienza en una bola de radio constante centrada sobre una trayectoria dada y contenida en una región de contracción, permanecerá en esa bola y converge a la trayectoria dada para todo tiempo. En el caso en que todo el espacio de estados es una región de contracción, la convergencia de las trayectorias es global.

El hecho que la matriz Jacobiana sea uniformemente definida negativa implica que

$$\exists\beta > 0, \forall x \; y \; \forall t \geq 0 \;\; \text{tal que}$$
$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial x}^T\right) \leq -\beta I < 0$$

Generalización del análisis de convergencia usando transformaciones de coordenadas $\delta z = \Theta(x,t)x$ con $\Theta(x,t)$ una matriz uniforme e invertible puede encontrarse en (Slotine & Wang, 2004; Slotine et al. 2004; Jouffroy & Slotine 2004).

3. SINCRONIZACIÓN DE UNA RED DE SISTEMAS DE POTENCIA

Una red de N sistemas idénticos es descrita por el siguiente sistema de ecuaciones

$$\dot{x}_i = F(x_i) + c\sum_{j=1}^{N} a_{i,j}\Gamma x_j \qquad (6)$$

para *i=1,2,…,N*, donde x_i es el vector de estados del *i*-ésimo sistema o nodo de la red, $F: R^n \to R^n$ es un campo vectorial suave que representa la dinámica de los sistemas en los nodos, $\Gamma = diag[\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n]$ es la matriz de entrada que determina que estados en los nodos están conectados y $a_{i,j}$ son los elementos de la matriz A la cual describe la conectividad y la topología de la red, consideramos que la conexión entre los nodos es constante y además difusiva (la suma de los elementos de los renglones es cero)

$$\sum_{j=1}^{N} a_{i,j} = 0, a_{i,i} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} a_{i,j}$$

en esta contribución se considera la forma más fuerte de la sincronización entre los sistemas en una red, es decir, la sincronización completa y global. Esta sincronización se define en la variedad invariante $\mathcal{M} = \{x_1(t) = x_2(t) = \ldots = x_N(t)\}$. Esta variedad de sincronización tiene dimensión dada por la dimensión de un solo sistema.

Definición 3. La red (6) está completamente sincronizada si

$$\lim_{t\to\infty}\left\|x_i(t) - x_j(t)\right\| = 0 \; \forall \; i,j$$

Ahora, supongamos lo siguiente para llevar esta idea a la sincronización de una red de sistemas de potencia,

Supuesto 1. Los modelos de los generadores en la red son idénticos y tienen todos los mismos parámetros pero diferentes condiciones iniciales.

Supuesto 2. La conectividad de los sistemas en la red es bidireccional, no hay sistemas aislados, y la red es estática.

El Supuesto 1 es común en el estudio de la sincronización de redes complejas y facilita la determinación de un sistema virtual para el análisis de la sincronización. El Supuesto 2 establece que si un sistema en algún nodo se conecta con otro, este último también deberá conectarse con el primero, es decir que se conectan de manera bidireccional o mutua. Ahora, para la aplicación de los resultados de la contracción al problema de la sincronización tenemos el siguiente Corolario

Corolario 4. Supongamos que tenemos una red de N sistemas descrita por la ecuación (6), entonces un sistema virtual para la red está dado por

$$\phi(x, x_i) = F(x) - c a_{i,i}\Gamma x + c \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} a_{i,j}\Gamma x_j \quad (7)$$

donde el sistema (6) para cualquier *i* es una solución particular de (7). Si el sistema es contractante respecto a la variable *x*, entonces los sistemas en la red están sincronizados.

Ahora consideremos el modelo clásico de una máquina eléctrica conectada a un bus infinito (Shahverdiev et al. 2008; Lin & Wu 2010; Alberto et al., 2002) para un sistema de potencia que se utiliza para la generación de energía el cual está perturbado por una señal periódica. Este es el modelo más simple usado para identificar y entender problemas de inestabilidad los cuales principalmente involucran una unidad de generación.

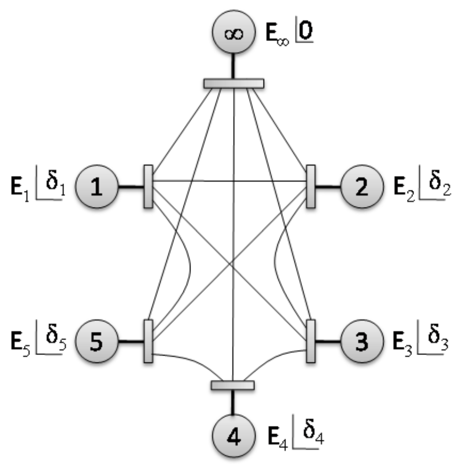

Figura 1. Red de sistemas de potencia como generadores conectados con el bus infinito.

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} + D\frac{d\delta}{dt} + P_{max} sen(\delta) = P_m$$

donde *M* es el momento de inercia, *D* es la constante de amortiguamiento, P_{max} es la potencia máxima del generador y $P_m = lsen(\omega t)$ es la potencia de la máquina, δ es la posición angular. De esta ecuación se puede reescribir el sistema como

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -cx_2 - \beta sen(x_1) + hsen(\omega t)$$

donde $x_1 = \delta$, $x_2 = \frac{d\delta}{dt}$, $c = \frac{D}{M}$, $\beta = \frac{P_{max}}{M}$, $h = \frac{l}{M}$, los parámetros son todos positivos. Estos sistemas son considerados que se encuentran dentro de una red de generación eléctrica, donde se busca que presenten un comportamiento síncrono entre ellos a partir de la posición angular. Cabe mencionar que estos modelos presentan un comportamiento caótico para ciertos valores de los parámetros y por la señal oscilatoria de entrada. Vamos a considerar que tenemos una red de cinco generadores interconectados como en la Figura 1, donde se presentan los sistemas conectados al bus infinito, E_i y δ_i son el voltaje en el generador y la posición angular en el generador i respectivamente.

Para establecer la sincronización de la red usando la teoría de contracción proponemos un sistema virtual el cual tenga como solución particular a cada uno de los sistemas de la red, este sistema se elige como

$$\dot{x} = f(x) + ca_{i,i}x + c\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} a_{i,j}\Gamma x_j$$

Es importante mencionar que elegimos el valor $a_{i,i}$ ya que este es el valor que satisface la solución particular para el i-ésimo sistema, por ejemplo, si la red es globalmente conectada, este valor es simplemente $-N+1$, por lo tanto, en general $a_{i,i}= -deg\{x_i\}$, luego, el sistema virtual para el sistema de potencia con $\Gamma = diag[1,0]$ es de la forma

$$\dot{x}_1 = x_2 + \kappa a_{i,i}x_1 + \kappa\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} a_{i,j}x_{1,j}$$
$$\dot{x}_2 = -cx_2 - \beta sen(x_1) + hsen(\omega t)$$

De la Definición 1 encontramos la matriz Jacobiana siguiente

$$A = \frac{\partial\psi}{\partial x} = \begin{bmatrix} \kappa a_{i,i} & 1 \\ -\beta\cos(x_1) & -c \end{bmatrix}$$

Ahora calculando la parte simétrica negativa encontramos

$$-\Lambda = -\frac{1}{2}(A + A^T) = \begin{bmatrix} -\kappa a_{i,i} & -\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2}\cos(x_1) \\ -\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2}\cos(x_1) & c \end{bmatrix}$$

Entonces para determinar la convergencia de las trayectorias y encontrar sincronización se requiere que $-\Lambda$ sea positiva definida, para tal fin consideramos que $a_{i,i}$ = - deg$\{x_i\}$= - d, por lo tanto, del criterio de Sylvester tenemos que para que $-\Lambda$ sea positiva definida se requiere

$$\kappa d > 0$$
$$c\kappa d - \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}\cos(x_1)\right)^2$$

De donde se puede definir la siguiente región de contracción para el sistema virtual

$$C = \left\{x \in R^2 \colon \kappa > \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2}\cos(x_1)\right)^2}{cd}, x_2 \in R\right\}$$

Como puede observarse la condición recae en la elección de la constante de acoplamiento que es un parámetro que puede ser elegido de manera libre siempre que satisfaga la condición correspondiente. Noten que para cuando $cos(x_1)$ = -1 se tiene el valor máximo y por tanto es suficiente con elegir

$$\kappa > \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2}\right)^2}{cd}$$

Por lo tanto con este valor para el acoplamiento de la red se garantiza la convergencia de las trayectorias de los sistemas y por ende la sincronización de los mismos.

Los parámetros usados para los sistemas se eligieron todos iguales, esto con la finalidad de encontrar el sistema virtual de manera directa, y los valores se eligieron como h_i = 2.45; β_i = 1; c_i = 0.5, ω_i = 1, y el grado más pequeño de la red es d = 2, por lo que es suficiente elegir un κ > 1. La sincronización entre los sistemas de la red se obtiene para un valor de κ = 2, ya que de los valores de los parámetros de los sistemas se obtiene que este valor satisface la región de contracción y por tanto las trayectorias de los sistemas convergen a aquella del sistema virtual.

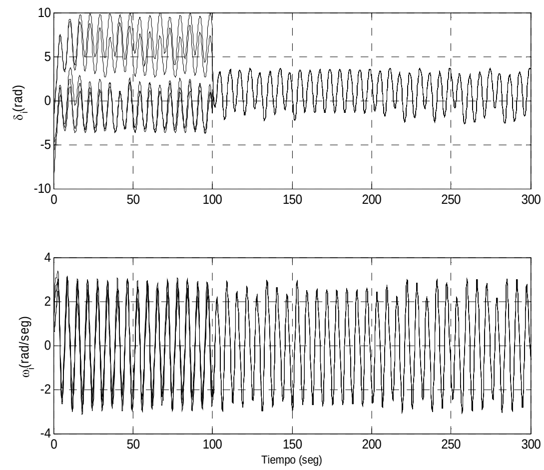

Figura 2. Evolución de los estados de los sistemas de la red, δ_i representa las posiciones angulares de los generadores y ω_i la velocidad angular.

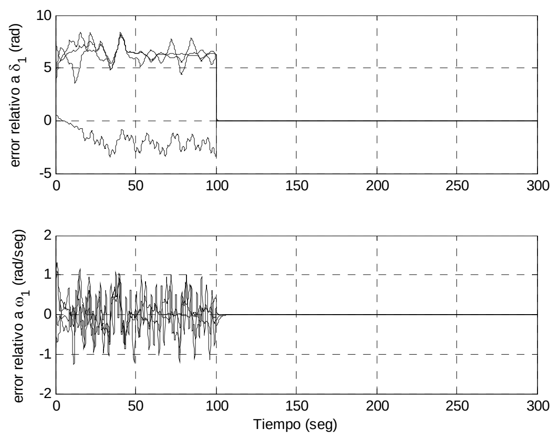

Figura 3. Errores de posición y velocidad relativos al generador 1.

La Figura 2 muestra la sincronización de los sistemas donde los generadores se conectan en t = 100 y a partir de ahí se sincronizan, cabe mencionar que solo se ha considerado a la posición angular como variable de interconexión y aun con esto se logra la sincronización de la posición y de la velocidad. Nótese que la sincronización se logra en una variedad que no es ninguna de las particulares de cada sistema, esta variedad de sincronización está dada por la interacción entre los sistemas y la topología de la red. En la Figura 3 se presentan los errores relativos al sistema 1, y se aprecia que los errores son prácticamente cero lo que implica la existencia de sincronización, a pesar de que solo se transmite la posición angular de los generadores, además, recordemos que no se diseña un controlador como tal para lograr la sincronía entre los sistemas. Así, con esta técnica de análisis se puede determinar un intervalo para el parámetro de acoplamiento y que con esto, las trayectorias de los generadores se sincronizan unos con otros sin el uso de una función de Lyapunov o el cálculo de los exponentes de Lyapunov para determinar sincronía en la red.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una forma alternativa para concluir sincronización de una red de una clase de sistemas mecatrónicos de potencia. El modelo que se eligió considera que tiene interacción con un bus infinito, sin embargo, no se considera la red de transmisión ya que esta involucra una conexión mediante una función no lineal de la posición angular de las máquinas. En esta contribución consideramos que los generadores están conectados de manera lineal a través de la posición angular y entonces así conseguir la sincronización de todos los generadores de la red tanto en posición como en velocidad, aún y que la salida de los sistemas es solo la posición angular. También se estableció que la teoría de contracción es una buena herramienta para estudiar la sincronización de redes de sistemas. El resultado se puede considerar como conservador ya que este se establece a partir de considerar que los parámetros de los sistemas son iguales y solo diferencias entre las condiciones iniciales son consideradas. Este resultado puede ser extendido a una red más grande y también al caso en que los generadores están interconectados mediante la potencia generada que se puede considerar como la salida de cada sistema, resultados en esta dirección están aún bajo estudio y se reportaran a la brevedad.

REFERENCIAS

Albert R. y A.L. Barabási, (2002). *Statistical mechanics of complex, networks*, **Rev. Mod. Phys.**, 74, 47 – 97.

Alberto, L.F.C., Silva, F.H.J.R y Bretas, N., (2002), Extended Lyapunov Functions for Detailed Power System Models, en Proceedings, Power System Computation Conference. Sevilla.

Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M. y Hwang, D-U. (2006) *Complex Networks : Structure and Dynamics,* Physics Reports, 424, 175 - 308.

Jiang, G.-P., Tang, W.K.-S., y Chen, G., (2006) *Global Synchronization and Asymptotic Stability of Complex Dynamical Networks*, IEEE Trans. on Circs. and Systs., 53, 2739-2745.

Jouffroy, J. y Slotine, J.-J.E., (2004), *Methodological remarks on contraction theory*, 3rd IEEE Conference on Decision and Control.

Li, Z y Chen, G., (2006) *Global Synchronization,and Asymptotic Stability of Complex Dynamical Networks*, IEEETrans. on Circs. and Systs., 53, 28 - 33.

Lin, Q and Xiaofeng Wu, (2010), *The sufficient criteria for global synchronization of chaotic power systems under linear state-error feedback control,* doi:10.1016/j.nonrwa.2010.10.009.

J. S. Lin*, Y. S. Yang, M. L. Hung, T. L. Liao, J. J. Yan, (2010), Observer Design for Chaos Synchronization of Time-delayed Power Systems, World Academy of Science, Engineering and Technology 65.

Lohmiller, W. y Slotine, J.J.E., (1998), *On Contraction Analysis for Nonlinear Systems*, Automatica, 34.

Park, K., Lai, Y-C., Gupte, S., y Kim, J-W., (2006) *Synchronization in complex networks with a modular structure*, Chaos, 16.

Russo, G. y Di Bernardo, M., (2009),*Contraction theory and master stability function: linking two approaches to study synchronization of complex networks*, IEEE Trans. on Cirs. And Systs II, 56.

Shahverdiev, E.M., Hashimova, L.H. y Hashimova, N.T., (2008) *Chaos synchronization in some power systems***,** Chaos, Solitons & Fractals, 37, 827-834.

Sharma, B.B y Kar, I.N, (2009), *Contraction Theory based Adaptive Synchronization of Chaotic Systems*, Chaos, Solitons & Fractals, 41.

Slotine, J-J.E. y Wang, W., (2004), *A Study of Synchronization and Group Cooperation Using Partial Contraction Theory*, in Proc. Block Island Work-shop on Cooperative Control, V. Kumar, Ed.

Slotine, J-J.E., Wang, W. y El Rifai, K., (2004) *Contraction analysis of synchronization in networks of nonlinearly coupled oscillators*, in Proc. 16th Int. Symp. Mathematical Theory of Networks and Systems, Brussels, Belgium.

Strogatz, S.H., (2001) *Exploring complex networks,* Nature 410, 268 - 276.

Wang X.F. y Chen G., (2003), *Complex Networks: Small-World, Scale-Free and Beyond,* IEEE Circs. and Sys. Magazine, First quarter 6 – 20.

Y. S. Yang, M. L. Hung, T. L. Liao, J. J. Yan, (2008), *Chaos synchronization in SMIB power system and its application to secure communication*, International Symposium on Nonlinear Dynamics, Journal of Physics: Conference Series 96 012102.

Este documento debe citarse como:
Solís Perales, G. (2011). **Sincronización de una red de una clase de sistemas de potencia basada en teoría de contracciones**. Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY, 15-2, pp 101-109, ISSN: 1665-529-X.